

## Netzwerkoptimierung

### Übungsblatt 9

#### Problem 1

Ein Busunternehmen führt  $n$  Vormittagsfahrten und  $n$  Nachmittagsfahrten durch und muss diesen Fahrten geeignete Fahrer zuordnen. Die einzelnen Fahrten dauern unterschiedlich lange. Falls die Gesamtdauer der Fahrten (eine Vormittags- und eine Nachmittagsfahrt), die einem Fahrer zugewiesen sind, einen vorgegebenen Wert  $D$  übersteigt, erhält der Fahrer eine Prämie für jede gefahrene Überstunde. Um Kosten zu sparen will das Unternehmen die Fahrten so zuordnen, dass die Gesamtzahl der gefahrenen Überstunden minimiert wird.

- (a) Formulieren Sie dieses Problem als Matching Problem.
- (b) Angenommen, die Vormittagsfahrten werden in nichtfallender Reihenfolge ihrer Länge sortiert, und die Nachmittagsfahrten in nichtsteigender Reihenfolge ihrer Länge.  
 Zeigen Sie, dass man eine optimale Zuordnung erhält, wenn jedem Fahrer  $i$  die  $i$ -te Vormittagsfahrt und die  $i$ -te Nachmittagsfahrt zugeordnet wird.

#### Problem 2

Beweisen Sie Lemma 6.6. aus der Vorlesung.

#### Problem 3

Ein Graph  $G = (N, A)$  heißt *bipartit*, wenn es eine Partition  $N = N_1 \cup N_2$  mit  $N_1 \cap N_2 = \emptyset$  gibt, so dass jede Kante in  $A$  einen Endknoten in  $N_1$  und den anderen Endknoten in  $N_2$  hat.

Zeigen Sie, dass man das *MMP* und das *MCMP* in bipartiten Graphen auf entsprechende Netzwerkflussprobleme transformieren kann. Benutzen Sie ihre Transformation, um das *MMP* im folgenden Graphen zu lösen:

