

Netzwerkoptimierung

Übungsblatt 9

Problem 1

Ein Busunternehmen führt n Vormittagsfahrten und n Nachmittagsfahrten durch und muss diesen Fahrten geeignete Fahrer zuordnen. Die einzelnen Fahrten dauern unterschiedlich lange. Falls die Gesamtdauer der Fahrten (eine Vormittags- und eine Nachmittagsfahrt), die einem Fahrer zugewiesen sind, einen vorgegebenen Wert D übersteigt, erhält der Fahrer eine Prämie für jede gefahrene Überstunde. Um Kosten zu sparen will das Unternehmen die Fahrten so zuordnen, dass die Gesamtzahl der gefahrenen Überstunden minimiert wird.

- (a) Formulieren Sie dieses Problem als Matching Problem.
- (b) Angenommen, die Vormittagsfahrten werden in nichtfallender Reihenfolge ihrer Länge sortiert, und die Nachmittagsfahrten in nichtsteigender Reihenfolge ihrer Länge. Zeigen Sie, dass man eine optimale Zuordnung erhält, wenn jedem Fahrer i die i -te Vormittagsfahrt und die i -te Nachmittagsfahrt zugeordnet wird.

Problem 2

Beweisen Sie Lemma 6.6. aus der Vorlesung.

Problem 3

Ein Graph $G = (N, A)$ heißt *bipartit*, wenn es eine Partition $N = N_1 \cup N_2$ mit $N_1 \cap N_2 = \emptyset$ gibt, so dass jede Kante in A einen Endknoten in N_1 und den anderen Endknoten in N_2 hat.

Zeigen Sie, dass man das *MMP* und das *MCMP* in bipartiten Graphen auf entsprechende Netzwerkflussprobleme transformieren kann. Benutzen Sie ihre Transformation, um das *MMP* im folgenden Graphen zu lösen:

