

## Netzwerkoptimierung Übungsblatt 8

### Problem 1

Seien  $\pi(i) \in \mathbb{R}, i \in N$  Knotenpotentiale, und sei

$$c_{ij}^\pi := c_{ij} - \pi(i) + \pi(j) \quad \forall (i, j) \in A.$$

Beweisen Sie die folgende Optimalitätsbedingung für *MCFP*:

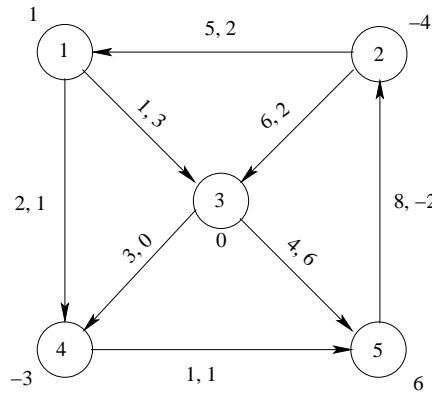
$x$  ist ein optimaler Fluss für *MCFP*

$\Leftrightarrow$  Es existieren Knotenpotentiale  $\pi(i) \in \mathbb{R}, i \in N$ , so dass für alle  $(i, j) \in A$  gilt:

$$\begin{cases} x_{ij} = 0 & \text{falls } c_{ij}^\pi > 0 \\ c_{ij}^\pi = 0 & \text{falls } 0 < x_{ij} < u_{ij} \\ x_{ij} = u_{ij} & \text{falls } c_{ij}^\pi < 0. \end{cases}$$

### Problem 2

Betrachten Sie nochmals das Netzwerk von Blatt 7, Problem 2.



Lösen Sie das *MCFP* mit Hilfe des Netzwerk-Simplex-Algorithmus. Eine zulässige Start-Basislösung ist gegeben durch

$$\begin{aligned} A_B &= \{(2, 1), (2, 3), (3, 4), (3, 5)\} \\ A_U &= \{(1, 3), (1, 4), (5, 2)\} \\ A_L &= \{(4, 5)\} \end{aligned}$$

Benutzen Sie den Blatt-Algorithmus um den zugehörigen zulässigen Basisfluss zu bestimmen, und benutzen Sie den Knoten-Potential-Algorithmus mit Wurzel  $w = 2$  zur Bestimmung der dualen Lösung.