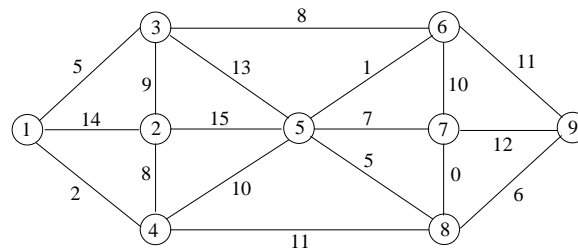


## Netzwerkoptimierung Übungsblatt 2

### Problem 1:

Gegeben sei der folgende Graph  $G = (N, A)$ :



Bestimmen Sie einen minimalen spannenden Baum von  $G$

- (a) mit Hilfe von Kruskal's Algorithmus
- (b) mit Hilfe von Prim's Algorithmus
- (c) mit Hilfe von Sollin's Algorithmus.

### Problem 2:

Beweisen Sie die folgenden Optimalitätsbedingungen für *maximale spannende Bäume*, d.h. Bäume, deren Kosten maximal sind:

- (a)  $T^* = (N, A(T^*))$  ist ein maximaler spannender Baum von  $G = (N, A)$   
 $\Leftrightarrow$  Für alle Kanten  $[i, j] \in A(T^*)$  gilt:  
 $c_{ij} \geq c_{kl}$  für alle Kanten  $[k, l] \in A$ , die in dem Schnitt von  $G$  enthalten sind, der durch Entfernen der Kante  $[i, j]$  aus  $T^*$  definiert ist.
- (b)  $T^* = (N, A(T^*))$  ist ein maximaler spannender Baum von  $G = (N, A)$   
 $\Leftrightarrow$  Für alle Kanten  $[k, l] \in A \setminus A(T^*)$  gilt:  
 $c_{ij} \geq c_{kl}$  für alle Kanten  $[i, j] \in A(T^*)$ , die in dem Weg von  $k$  nach  $l$  in  $T^*$  enthalten sind.

### Problem 3:

Sei  $T = (N, A(T))$  ein spannender Baum von  $G = (N, A)$ . Für  $i, j \in N$  sei mit  $\beta[i, j]$  diejenige Kante in  $T$  bezeichnet, die die minimalen Kosten unter allen Kanten hat, die auf dem Weg von  $i$  nach  $j$  in  $T$  liegen. Geben Sie einen (effizienten!) Algorithmus an, mit dem man  $\beta[i, j]$  für alle Paare  $[i, j] \in N \times N$  bestimmen kann.

### Problem 4:

Sei  $T^* = (N, A(T^*))$  ein minimaler spannender Baum von  $G = (N, A)$ . Für jede Kante  $[i, j] \in A$  wird als *Kostenintervall* diejenige Menge aller Gewichte  $c_{ij} \geq 0$  bezeichnet, für die  $T^*$  ein minimaler spannender Baum bleibt.

- (a) Geben Sie einen (effizienten!) Algorithmus an, der das Kostenintervall für eine gegebene Kante  $[i, j] \in A$  bestimmt.
- (b) Geben Sie einen Algorithmus an, der das Kostenintervall für alle Kanten  $[i, j]$  bestimmt, und der effizienter ist als die Anwendung der Methode aus (a) auf alle Kanten  $[i, j] \in A$ .