Übungen zur „Geometrie“

WS 2015/16 **Blatt 2** **Prof. Fritzsche**

Die affine Standardebene $\mathbb{A}^2$ wird hier mit dem zugehörigen Vektorraum $\mathbb{R}^2$ identifiziert. Alles findet in $\mathbb{A}^2$ statt, Punkte werden mit Vektoren identifiziert.

Es dürfen alle Ergebnisse aus den Abschnitten 1.1 bis 1.4 benutzt werden.

5) Gegeben seien zwei Punkte $\mathbf{x}_1 \neq \mathbf{x}_2$ in $\mathbb{A}^2$. Mit L sei die Verbindungsgerade dieser Punkte bezeichnet. Zeigen Sie: Ein Punkt $\mathbf{x} \in \mathbb{A}^2$ liegt genau dann auf L, wenn es reelle Zahlen $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ mit $(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) \neq (0, 0, 0)$, $\lambda_1\mathbf{x}_1 + \lambda_2\mathbf{x}_2 + \lambda_3\mathbf{x} = \mathbf{0}$ und $\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 0$ gibt.

6) Vier Punkte $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ und $\mathbf{d}$ bilden ein „Viereck“ mit den Seiten-Vektoren $\mathbf{v} := \mathbf{b} - \mathbf{a}$, $\mathbf{w} := \mathbf{c} - \mathbf{b}$, $\mathbf{r} := \mathbf{d} - \mathbf{c}$ und $\mathbf{s} := \mathbf{a} - \mathbf{d}$. Das Viereck heißt ein ***Parallelogramm***, falls $\mathbf{v} + \mathbf{r} = \mathbf{0}$ und $\mathbf{w} + \mathbf{s} = \mathbf{0}$ ist.

Stellen Sie für ein solches Parallelogramm die Diagonalen als Linearkombinationen von $\mathbf{v}$ und $\mathbf{w}$ dar. Zeigen Sie, dass sich die Diagonalen treffen und sich dabei jeweils im Verhältnis $1 : 1$ teilen.

7) **Dies ist eine Fortsetzung von Aufgabe (6).** Zeigen Sie für das Parallelogramm aus Aufgabe (6):

1. Die vier Seiten sind genau dann gleich lang, wenn die Diagonalen aufeinander senkrecht stehen.
2. Das Parallelogramm ist genau dann ein Rechteck, wenn die Diagonalen gleich lang sind.

8) Die ***Mittelsenkrechte*** zur Strecke $\overline{\mathbf{ab}}$ ist die Gerade durch $\mathbf{m} := (\mathbf{a} + \mathbf{b})/2$, die auf $\mathbf{b} - \mathbf{a}$ senkrecht steht. Zeigen Sie:

a) Ein Punkt $\mathbf{x}$ liegt genau dann auf der Mittelsenkrechten, wenn $\mathbf{x}$ von $\mathbf{a}$ und $\mathbf{b}$ den gleichen Abstand hat.

b) In einem Dreieck mit den Ecken $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ und $\mathbf{c}$ treffen sich die drei Mittelsenkrechten der Seiten des Dreiecks in einem Punkt $\mathbf{z}$, der Zentrum eines Kreises durch alle drei Ecken des Dreiecks ist.

Abgabetermin: Mittwoch, 11.11.2015, 10 Uhr. Pro Aufgabe gibt es maximal 12 Punkte.

Gruppe 1 (Etwein): Fach 56 auf D.13.

Gruppe 2 (Osenberg / Benstein): Fach 33 auf F.12.