

Übungen zur Funktionentheorie 1

SS 2017

Blatt 7

Prof. Fritzsche

25) Berechnen Sie die folgenden Integrale:

$$\int_{\partial D_1(i/2)} \frac{\sin(\pi i z/2)}{z^2 - (i+1)z + i} dz \quad \text{und} \quad \int_{\partial D_3(0)} \frac{\cosh(z^2)}{z(z^2 + 4)} dz.$$

26) a) Sei $G \subset \mathbb{C}$ ein Gebiet, $f : G \rightarrow \mathbb{C}$ holomorph und ohne Nullstellen, f' stetig. Zeigen Sie: Ist $|f(z) - 1| < 1$ für alle $z \in G$, so ist $\int_{\gamma} \frac{f'(z)}{f(z)} dz = 0$ für jeden geschlossenen Integrationsweg γ in G .

b) Sei $G \subset \mathbb{C}$ ein einfach zusammenhängendes Gebiet, $f : G \rightarrow \mathbb{C}$ holomorph und ohne Nullstellen. Zeigen Sie: Ist f' holomorph, so gibt es eine holomorphe Funktion h auf G mit $e^h = f$ und $h' = f'/f$.

27) Sei $G \subset \mathbb{C}$ ein Gebiet, $f : G \rightarrow \mathbb{C}$ holomorph und f' stetig. Zeigen Sie: Ist $\alpha : [a, b] \rightarrow G$ ein geschlossener Integrationsweg, so ist $\int_{\alpha} \overline{f(z)} \cdot f'(z) dz$ rein imaginär.

28) Berechnen Sie die folgenden Integrale:

$$\int_{\partial D_2(0)} \frac{e^{\pi z/2}}{z^2 - 1 - 2iz} dz \quad \text{und} \quad \int_{\partial D_2(0)} \frac{z^m dz}{(1-z)^n} \quad \text{für } m, n \in \mathbb{N}.$$

Abgabetermin: **Donnerstag**, 22.06.2017, 12 Uhr.

Es gibt pro Aufgabe maximal 12 Punkte.