# Übungen zur Funktionentheorie 1

**SS 2017** **Blatt 2** **Prof. Fritzsche**

**5 )** Ist $M \subset \mathbb{C}$, so ist $\overline{M}$ die Vereinigung von $M$ mit den Häufungspunkten von $M$ und $\mathring{M}$ (oder $M^\circ$) die Menge der inneren Punkte von $M$.

Zeigen Sie: Ist $M$ offen, so ist $M \subset (\overline{M})^\circ$. Ist $M$ abgeschlossen, so ist $\overline{(M^\circ)} \subset M$. Zeigen Sie in beiden Fällen, dass die Gleichheit nicht zu gelten braucht.

**6 )** Sei $X$ ein topologischer Raum. Eine Teilmenge $A \subset X$ heißt ***(überall) dicht*** in $X$, falls $\overline{A} = X$ ist. Und $A$ heißt ***nirgend dicht*** in $X$, falls $(\overline{A})^\circ = \varnothing$ ist. Zeigen Sie:

Ist $A \subset X$ abgeschlossen, so ist $A$ genau dann nirgends dicht in $X$, wenn $X \setminus A$ dicht in $X$ ist. Gilt das auch für beliebige Mengen?

**7 )** a) Sei $X$ ein topologischer Raum und $A \subset X$ zusammenhängend. Zeigen Sie: Ist $A \subset B \subset \overline{A}$, so ist auch $B$ zusammenhängend.

b) Sei $S := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 < x \leq 1 \text{ und } y = \sin(1/x)\}$. Zeigen Sie, dass $S \cup \big(\{0\} \times [-1, 1]\big)$ eine zusammenhängende Menge im $\mathbb{R}^2$ ist.

**Afg. 8 $^*$:** Sei $X$ ein zusammenhängender topologischer Raum, $A, B \subset X$ abgeschlossene Teilmengen mit $X = A \cup B$. Zeigen Sie:

Ist $A \cap B$ zusammenhängend, so sind $A$ und $B$ beide zusammenhängend.

Abgabetermin: **Donnerstag**, 11.05.2017, 12 Uhr.

**Es gibt pro Aufgabe maximal 12 Punkte.**
Für eine richtige und vollständige Lösung der $*$-Aufgabe gibt es sogar 18 Punkte.