BERGISCHE UNIVERSITÄT
GESAMTHOCHSCHULE WUPPERTAL

Fachbereich 7
MATHEMATIK

G. Heindl / P. Feuerstein

Übungen zur Vorlesung
Numerik I
(Wintersemester 1999/2000)

Übungsblatt 3

Aufgabe 1:

a) Es sei $a \in \mathbb{K}^{m\times 1}$, $b \in \mathbb{K}^{1\times n}$.
Zeigen Sie:

(i) Das dyadische Produkt $a \cdot b$ ist genau dann die Nullmatrix, wenn $a = 0$ oder $b = 0$ ist.
(ii) Im Fall $a \neq 0$ und $b \neq 0$ ist $\mathrm{Rang}(a \cdot b) = 1$.

b) Es sei $A \in \mathbb{K}^{m\times n}$ mit $\mathrm{Rang}(A) = 1$.
Zeigen Sie, daß es Vektoren $a \in \mathbb{K}^{m\times 1}\backslash\{0\}$ und $b \in \mathbb{K}^{1\times n}\backslash\{0\}$ gibt, für die $A = a \cdot b$ gilt.

Bem.: Wegen a)(ii) und b) heißen dyadische Produkte $a \cdot b$ mit $a \neq 0$ und $b \neq 0$ auch Rang 1–Matrizen.

Aufgabe 2:

Zeigen Sie:

(i) $Q_i^j(\lambda) = S_j(\frac{1}{\lambda})\, Q_i^j\, S_j(\lambda) \quad \forall\, \lambda \in \mathbb{K}\backslash\{0\}$.
(ii) $P_i^j = Q_j^i\, Q_i^j(-1)\, Q_j^i\, S_j(-1) = Q_j^i\, S_j(-1)\, Q_i^j\, S_j(-1)\, Q_j^i\, S_j(-1)$.

Bem.: (i) und (ii) zeigen, daß sich alle elementaren Matrixumformungen aus

- Multiplikationen einer Zeile (Spalte) mit einem von 0 verschiedenen Faktor und
- Additionen einer Zeile (Spalte) zu einer anderen

kombinieren lassen.

Aufgabe 3:

Am Beispiel der Berechnung einer Näherungslösung für ein lineares Gleichungssystem $Ax = b$ mit regulärer oberer Dreiecksmatrix A demonstriert das PASCAL-XSC-Programm `mvaribsp.p`* eine Möglichkeit der Verwendung dynamischer Felder.

a) Testen Sie das Programm mit dem Datensatz in der Datei `mvaridat`*. Geben Sie dazu nach Compilation und Programmstart bei der Eingabeanforderung '`Enter filename for input:`' den Dateinamen `mvaridat` ein.
b) Bestimmen Sie mit dem Programm `mvaribsp.p` für

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 & 9 & 11 & 13 \\ & 2 & 4 & 6 & 8 & 10 & 12 \\ & & 3 & 5 & 7 & 9 & 11 \\ & & & 4 & 6 & 8 & 10 \\ & & & & 5 & 7 & 9 \\ & & & & & 6 & 8 \\ & & & & & & 7 \end{pmatrix}, \quad b := \begin{pmatrix} 7 \\ 6 \\ 5 \\ 4 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

eine Näherungslösung des Gleichungssystems $Ax = b$.

*) Kopieren Sie sich die Dateien `mvaribsp.p` und `mvaridat` mit dem UNIX-Kommando '`cp /home/fpf/Muster/mvari* .`' in Ihr Verzeichnis.

Aufgabe 4:

Schreiben Sie ein zu `mvaribsp.p` analoges Programm zur näherungsweisen Berechnung von Lösungen linearer Gleichungssysteme mit regulären unteren Dreiecksmatrizen. Testen Sie das Programm mit dem Gleichungssystem $A^\top x = b$, wobei A und b wie in Aufgabe 3.b) gewählt seien.

Aufgabe 5:

Schreiben Sie ein Programm, das es gestattet, die Lösung des Gleichungssystems $Ax = b$ mit A wie in Aufgabe 3.b) und

$$b := \begin{pmatrix} 7.65432 \\ 6.54321 \\ 5.43210 \\ 4.32101 \\ 3.21012 \\ 2.10123 \\ 1.01234 \end{pmatrix}$$

einzuschließen.

Hinweis: Die XSC-Sprachen sind im Internet unter `ftp://ftp.iam.uni-karlsruhe.de/pub/` zu finden. Für die PC-DOS-Version von PASCAL-XSC benötigt man EMX GNU-C Version 0.9c.

Abgabetermin: Donnerstag, 18.11.1999, in der Vorlesung