BERGISCHE UNIVERSITÄT
GESAMTHOCHSCHULE WUPPERTAL

Fachbereich 7
MATHEMATIK

G. Heindl / P. Feuerstein

Höhere Mathematik II
für Studierende der Physik D II
(Sommersemester 1998)

Nachklausur

Aufgabe 1: (4 Punkte)

Bestimmen Sie die durch $G(0) = 0$ eindeutig bestimmte (verallgemeinerte) Stammfunktion G von

$$g : \mathbb{R} \ni x \longmapsto |\cos(|x|)| \, .$$

Aufgabe 2: (5 Punkte)

Bestimmen Sie die Fourierreihe von

$$f : [-\pi, \pi] \ni x \longmapsto \begin{cases} 0 & \text{falls } -\pi \leq x \leq 0 \, , \\ \sin x & \text{falls } 0 < x \leq \pi \, , \end{cases}$$

und stellen Sie fest, ob sie gleichmäßig konvergiert.

Hinweis: Für $|a| \neq |b|$ und

$$h_1 : \mathbb{R} \ni x \longmapsto \frac{\sin(a-b)x}{2(a-b)} - \frac{\sin(a+b)x}{2(a+b)} \, ,$$
$$h_2 : \mathbb{R} \ni x \longmapsto -\frac{\cos(a+b)x}{2(a+b)} - \frac{\cos(a-b)x}{2(a-b)}$$

gilt

$$h_1'(x) = \sin ax \cdot \sin bx$$

sowie

$$h_2'(x) = \sin ax \cdot \cos bx \, .$$

Aufgabe 3: (3 Punkte)

Berechnen Sie zu

$$g : \mathbb{R} \ni x \longmapsto \int_{-\pi x}^{\pi x} \sin(t)\,(x - t + 1)\, dt$$

alle $g'(n)$ für natürliche Zahlen $n \in \mathbb{N}$.

Aufgabe 4: (4 Punkte)

a) Geben Sie eine Stammfunktion von

$$f : \mathbb{R} \ni t \longmapsto \begin{cases} 0 & \text{falls } t \leq 0\,, \\ 3 \cdot t^2 \cdot e^{-2t^3} & \text{falls } t > 0 \end{cases}$$

an und berechnen Sie

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\,dt\ .$$

b) Zeigen Sie, daß das uneigentliche Integral

$$\int_{0}^{\infty} e^{-x^2} \ln x\,dx$$

existiert.

Aufgabe 5: (3 Punkte)

Bestimmen Sie zu

$$u : \mathbb{R}^+ \times]-1, \infty[\ni (x, y) \longmapsto \ln\left(x^3(y+1)\right) + \sin(x+y)$$

alle $x \in \mathbb{R}^+$ mit

$$\partial_1 u(x, 0) - \partial_2 u(x, 0) = 0\ .$$

Aufgabe 6: (4 Punkte)

Berechnen Sie

$$\int_{-1}^{1} \left(\int_{0}^{2} x^2 \cdot e^{2x(1+y)}\,dx \right) dy\ .$$

Aufgabe 7: (6 Punkte)

Bestimmen Sie eine Funktion $\varphi : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}\backslash\{0\}$, die der Differentialgleichung

(D) $$\varphi'(x) = -\frac{\varphi(x)}{2\,x} + \frac{1}{2\,\varphi(x)} \quad \forall x \in \mathbb{R}^+$$

und der Anfangsbedingung

$$\varphi(1) = 1$$

genügt.

Hinweis: Genügt φ der Differentialgleichung (D), so genügt $\psi := \varphi^2$ einer linearen Differentialgleichung.

Bearbeitungszeit: 90 Minuten.