BERGISCHE UNIVERSITÄT
GESAMTHOCHSCHULE WUPPERTAL

Fachbereich 7
MATHEMATIK

G. Heindl / P. Feuerstein

Höhere Mathematik II
für Studierende der Physik D II
(Sommersemester 1998)

Klausur

Aufgabe 1: (2 Punkte)

Bestimmen Sie die durch $G\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ eindeutig bestimmte (verallgemeinerte) Stammfunktion G von

$$g : \mathbb{R} \ni x \longmapsto 2 \cdot \operatorname{sgn}(x) .$$

Aufgabe 2: (5 Punkte)

Bestimmen Sie die Fourierreihe von

$$f : [-\pi, \pi] \ni x \longmapsto 2 \cdot |x| - \pi$$

und stellen Sie fest, ob sie gleichmäßig konvergiert.

Aufgabe 3: (4 Punkte)

Es sei I ein Intervall mit $0 \in I$. Mit einer stetigen Funktion $f : I \to \mathbb{R}$ sei weiter

$$g : I \ni x \longmapsto \int_0^x (x - t)\, f(t)\, dt .$$

Berechnen Sie $g''(x)$ für $x \in I$.

Aufgabe 4: (4 Punkte)

Für $\lambda > 0$ sei

$$f_1 : \mathbb{R} \ni t \longmapsto \begin{cases} 0 & \text{falls } t \leq 0 , \\ \lambda e^{-\lambda t} & \text{falls } t > 0 , \end{cases}$$

und für $\alpha, \beta > 0$ sei

$$f_2 : \mathbb{R} \ni t \longmapsto \begin{cases} 0 & \text{falls } t \leq 0 , \\ \alpha \cdot \beta \cdot t^{\beta - 1} \cdot e^{-\alpha t^\beta} & \text{falls } t > 0 . \end{cases}$$

Geben Sie für $i = 1, 2$ eine Stammfunktion von f_i an und zeigen Sie:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f_i(t)\, dt = 1 .$$

Bemerkung: f_1 ist die Dichte einer „Exponentialverteilung“, f_2 die Dichte einer „Weibull-Verteilung“.

Aufgabe 5: (5 Punkte)

Bestimmen Sie zu

$$u : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \ni (x, y) \longmapsto x^4 y - \cos(x + y)$$

alle $x \in \mathbb{R}$ mit $\partial_1 u(x, 0) = \partial_2 u(x, 0) = 0$.

Aufgabe 6: (3 Punkte)

Berechnen Sie

$$\int_0^{2\pi} \left(\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} x \cdot \cos\left(\frac{2xy}{\pi}\right) dx \right) dy \, .$$

Aufgabe 7: (5 Punkte)

Bestimmen Sie eine auf einem möglichst großen Intervall I mit $0 \in I$ definierte reellwertige Funktion φ mit den Eigenschaften

$$\begin{aligned} \varphi'(x) &= 2\, x\, e^{\varphi(x)} \quad \forall x \in I \, , \\ \varphi(0) &= 0 \, . \end{aligned}$$

Aufgabe 8: (6 Punkte)

Bestimmen Sie alle Funktionen $\varphi : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit der Eigenschaft

$$\varphi'(x) + \varphi(x)\, \sin x = \sin^3 x \quad \forall x \in \mathbb{R} \, .$$

Bearbeitungszeit: 90 Minuten.