BERGISCHE UNIVERSITÄT
GESAMTHOCHSCHULE WUPPERTAL

Fachbereich 7
MATHEMATIK

G. Heindl / P. Feuerstein

Deterministische Methoden der globalen Optimierung
(Sommersemester 1997)

Übungsblatt 6

Aufgabe 1:

$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ sei die in Aufgabe 2 auf Blatt 2 betrachtete "six hump camel back function",
$Y := \square\begin{pmatrix}[0.0898, 0.0899] \\ [-0.7127, -0.7126]\end{pmatrix}$, wobei $\square$ die Rundung nach außen in $(IS)^2$ kennzeichne.

Bestimmen Sie unter Verwendung der Module `i_ari` und `hess_ari`

a.) eine WGH-Einschließung von f auf Y,
b.) eine Einschließung von $\inf f(Y)$ mit Hilfe der Taylorform zweiter Ordnung.

Ist $\mathrm{H}f(x)$ positiv definit für jedes $x \in Y$?

Hinweis:

Angenommen, a.) wird mit Hilfe der Pascal-XSC-Funktion

```
function shcbf(x:HTvector):HessType[0..2,0..2];
```

gelöst.

Liegen dann

- die mit Y bewertete `ivector[1..2]`–Variable `ix`,
- die `interval`–Variable `fy`,
- die `ivector[1..2]`–Variable `grady` und
- die `imatrix[1..2,1..2]`–Variable `hessy`

vor, so bewirkt der Prozeduraufruf

- `fEvalH(shcbf,ix,fy);` ,
  daß `fy` eine Einschließung von $f(Y)$ enthält,
- `fgEvalH(shcbf,ix,fy,grady);` ,
  daß `fy` eine Einschließung von $f(Y)$ und `grady` eine Einschließung von $\mathrm{grad} f(Y)$ enthält,
- `fghEvalH(shcbf,ix,fy,grady,hessy);` ,
  daß `fy` eine Einschließung von $f(Y)$, `grady` eine Einschließung von $\mathrm{grad} f(Y)$ und `hessy` eine Einschließung von $\mathrm{H}f(y)$ enthält.

Dabei werden intern stets nur Einschließungen für die Ableitungen berechnet, die auch zurückgegeben werden!

Aufgabe 2:

Wenden sie die Funktion `MaxDiamComp` aus dem Modul `gop` auf den Intervallvektor

$$\begin{pmatrix}\left[\frac{\mathrm{succ}(1.0)-1.0}{4}, \mathrm{succ}(1.0)\right] \\ [0.0, \mathrm{succ}(1.0)]\end{pmatrix} \text{ an.}$$

Entspricht das Ergebnis den an die Funktion gestellten Erwartungen?
Wenn nicht, schreiben Sie eine verbesserte Version von `MaxDiamComp`!

Aufgabe 3:

Für $x \in IS$ definiert man

$$\mathrm{AbsMin}(x) := \min\{|\xi| : \xi \in x\} \ \ (\in S) \text{ und}$$

$$\mathrm{RelDiam}(x) := \begin{cases} \sup(x) - \inf(x) & \text{falls } 0 \in x \\ \frac{\sup(x)-\inf(x)}{\mathrm{AbsMin}(x)} & \text{falls } 0 \notin x \end{cases} \quad (\text{i.a. } \notin S)\,.$$

a.) Schreiben Sie eine Pascal-XSC-Funktion
```
reldtest(i:interval;eps:real):boolean; ,
```
die genau dann `true` zurückgibt, wenn
$\mathrm{RelDiam}(w(\mathtt{i})) < w(\mathtt{eps})$
gilt. Dabei bezeichnet wie üblich $w(\mathtt{z})$ den aktuellen Wert der Variablen `z`.

b.) Zeigen Sie, daß die Funktion
```
function reldtest(i:interval;eps:real):boolean;
begin
   reldtest:=(RelDiam(i)<eps)
end; ,
```
die die Funktion `RelDiam` aus dem Modul `i_util` verwendet, Aufgabe a.) nicht löst.

c.) Bei Zugrundelegung des Systems $S = S(10, 13, -98, 100)$ von *normalisierten* Gleitpunktzahlen ist $x := \left[0.1 * 10^{-98}, \left(0.1 + 10^{-13}\right) * 10^{-98}\right] \in IS$ und $rd := \mathrm{RelDiam}(x) = 10^{-12}$.
Was liefert die Funktion `RelDiam` aus dem Modul `i_util` für rd (unter der Voraussetzung, daß mit S gerechnet wird) ?

Aufgabe 4:

Beschreiben Sie die Wirkung der Funktion `UlpAcc` aus dem Modul `i_util` und die Wirkung der Funktion gleichen Namens im Modul `mvi_util`.

Wie kann man mit Hilfe dieser Funktionen feststellen, ob der einer Variablen `x` vom Typ `ivector[1..n]` zugewiesene Maschinenintervallvektor $w(\mathtt{x}) \in (IS)^n$

a.) einpunktig,
b.) nicht unterteilbar

ist?

Aufgabe 5:

Mit Hilfe der Pascal-XSC-Funktion
```
function succ(r:real;n:integer):real;
var i:integer;
begin
   for i:=1 to n do
      r:=succ(r);
   succ:=r
end;
```
kann man zu einer Zahl aus S ihren n-ten Nachfolger in S bestimmen, falls dieser existiert.

Bestimmen Sie `succ(0.0)`, `succ(0.0,2)` und für `x:=intval(succ(0.0),succ(0.0,2))` `UlpAcc(x,i),i=0,1,2,` und `RelDiam(x)`.

Weisen die Ergebnisse darauf hin, daß für Pascal-XSC auch die im IEEE-Standard vorgesehenen denormalisierten Zahlen im Unterlaufbereich reguläre Intervallendpunkte sind?

Abgabetermin: Montag, 9. Juni 1997, in der Vorlesung