



Automaten, Sprachen, Berechenbarkeit

Sommersemester 2019

11. Übungsblatt

Aufgabe 1 (Abgeschlossenheit von \mathcal{L}_2)

Zeigen Sie, dass \mathcal{L}_2 *nicht* abgeschlossen bzgl. Durchschnitt und Komplementbildung ist.

Aufgabe 2 (Unendlichkeitstest für \mathcal{L}_2 -Sprachen)

Zeigen Sie:

Für $L \in \mathcal{L}_2$ und $n \in \mathbb{N}$ gemäß dem PL für \mathcal{L}_2 gilt:

$$|L| = \infty \Leftrightarrow \exists z \in L \text{ mit } n \leq |z| < 2n.$$

Aufgabe 3 (Entscheidbarkeit in \mathcal{L}_2)

Zeigen Sie, dass für $L \in \mathcal{L}_2$ folgende Probleme entscheidbar sind:

- Leerheitsproblem: $(L = \emptyset?)(L)$
- Endlichkeitsproblem: $(|L| < \infty?)(L)$.

Aufgabe 4 (Kontextfrei oder nicht?)

Sind folgende Sprachen über $\Sigma = \{a, b, c\}$ kontextfrei? Beweisen Sie Ihre Antworten.

- $L_1 = \{a^k b^k c^l \mid k, l \geq 0\}$
- $L_2 = \{a^i b^j c^k \mid i > j \text{ oder } j > k, i, j, k \geq 0\}$
- $L_3 = \{a^i b^j a^i b^j \mid i, j \geq 0\}$
- $L_4 = \{vv \mid v \in \{a\}^*\}$
- $L_5 = \{vv \mid v \in \{a, b\}^*\}$