



Automaten, Sprachen, Berechenbarkeit

Sommersemester 2015

1. Übungsblatt

Aufgabe 1 (Aussagenlogik)

Der Sheffer-Strich „ $|$ “ für zwei aussagenlogische Variablen a, b ist wie folgt definiert:

a	b	$a b$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Zeigen Sie, dass der Sheffer-Strich vollständig ist, das heißt, dass die Operatoren $\neg, \wedge, \vee$ durch den Sheffer-Strich (ohne Verwendung weiterer Operatoren) dargestellt werden können.

Aufgabe 2 (Prädikatenlogik)

- a) Formulieren Sie folgende Aussage in Quantorenschreibweise:
„Eine Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ heißt stetig in $x_0 \in \mathbb{R}$, wenn zu jedem $\varepsilon > 0$ ein $\delta > 0$ existiert, so dass für alle $x \in \mathbb{R}$ mit $|x - x_0| < \delta$ auch $|f(x) - f(x_0)| < \varepsilon$ ist.“
Negieren Sie den zweiten Teil der Aussage: „Zu jedem $\varepsilon > 0$...“
- b) Formulieren Sie folgende Aussage in Quantorenschreibweise und negieren Sie diese:
„Alle Übungsaufgaben sind sinnvoll und helfen beim Bestehen der Klausuren.“
- c) Negieren Sie folgende Aussagen:
- „Ich gehe nicht spazieren, wenn es regnet.“
 - „Ich gehe höchstens dann spazieren, wenn die Sonne scheint.“
 - „Ich gehe genau dann nicht spazieren, wenn die Sonne nicht scheint.“

Aufgabe 3 (Vollständige Induktion)

Zeigen Sie:

$$5^{2n} + 1 \text{ ist ohne Rest durch 2 teilbar für alle ganzzahligen } n \geq 0.$$

Aufgabe 4 (Sprachen)

Gegeben sei $\Sigma = \{c, d, e, f, g, a, h\}$.

- a) Bestimmen Sie die Anzahl der verschiedenen Worte der Länge n über Σ mit genau k Vorkommen des Zeichens c .
- b) Bestimmen Sie die Anzahl der verschiedenen Worte der Länge n über Σ mit höchstens k Vorkommen des Zeichens h .