Bergische Universität Wuppertal
Fakultät 4, Mathematik und Informatik
Matthias Wendt, Viktor Tabakov

Wintersemester 2019/20
22. November 2019

Topologie I
Übungsblatt 7

Abgabe: Freitag, den 29.11. in der Vorlesung.
Begründen Sie Ihre Antworten (vollständig).

1. Berechnen Sie für eine gewöhnliche Homologietheorie $H_\bullet$ mit $\mathbb{Z}$-Koeffizienten die Homologie von $\mathbb{RP}^2$, der Kleinschen Flasche und einer kompakten orientierten Fläche von Geschlecht g (Bsp. 2.2.3 der Vorlesung) mit der Mayer–Vietoris-Sequenz (analog zum Beispiel T^2 aus der Vorlesung).

   (Hinweis: Wir erhalten die Kleinsche Flasche durch Ankleben einer 2-Zelle an $\mathrm{S}^1 \vee \mathrm{S}^1$, im Gegensatz zum Torus benutzen wir aber statt der Schleife $aba^{-1}b^{-1}$ die Schleife $aba^{-1}b$ als Anklebeabbildung.)

   4+4+4 Punkte

2. Sei $H_\bullet$ eine gewöhnliche Homologietheorie mit $\mathbb{Z}$-Koeffizienten und X ein endlicher CW-Komplex. Zeigen Sie, dass $H_0(X)$ isomorph zur freien abelschen Gruppe auf der Menge der Zusammenhangskomponenten von X ist. *4 Punkte*

3. Eine Abbildung $f\colon \mathrm{S}^2 \to \mathrm{S}^2$ heißt *gerade*, wenn für alle $x \in \mathrm{S}^2$ gilt $f(x) = f(-x)$. Zeigen Sie, dass eine gerade Abbildung Grad 0 hat. (Hinweis: Benutzen Sie die Berechnung der Homologie von $\mathbb{RP}^2$ in Aufgabe 1.) *4 Punkte*