Bergische Universität Wuppertal
Fakultät 4, Mathematik und Informatik
Matthias Wendt, Viktor Tabakov

Wintersemester 2019/20
10. Januar 2019

Topologie I
Übungsblatt 11

Abgabe: Freitag, den 24.1.2020 in der Vorlesung.
Achtung: Statt der Übungsgruppe am 15.1.2020 findet zum Übungstermin (12–14 Uhr in F.13.17) eine zusätzliche Vorlesung statt.
Begründen Sie Ihre Antworten (vollständig).

1. Zeigen Sie, dass Kettenhomotopie eine Äquivalenzrelation zwischen Homomorphismen von Kettenkomplexen induziert. *4 Punkte*

2. Zeigen Sie, dass die affine Abbildung
$$h\colon |\operatorname{sd}\Delta^n| \xrightarrow{\cong} |\Delta^n|,$$
die einen Eckpunkt $\{w_0,\dots,w_k\}$ von $\operatorname{sd}\Delta^n$ auf das Baryzentrum $\frac{1}{k+1}\sum_i w_i$ des von $w_0,\dots,w_k$ aufgespannten Simplex abbildet, ein Homöomorphismus ist. (s. Skript Definition 4.4.3) *6 Punkte*

3. Für ein Simplex $[v_0,\dots,v_n]$ im $\mathbb{R}^{n+1}$ definieren wir den *Durchmesser* als
$$\max\{\|x-y\| \mid x,y\in[v_0,\dots,v_n]\}.$$
   (a) Zeigen Sie, dass der Durchmesser gleich dem maximalen Abstand zweier Eckpunkte ist. (Dreiecksungleichung!)
   (b) Sei D der Durchmesser des gegebenen Simplex $[v_0,\dots,v_n]$. Zeigen Sie (durch Induktion über n), dass der Durchmesser eines Simplex in der baryzentrischen Unterteilung von $[v_0,\dots,v_n]$ maximal $\frac{n}{n+1}\cdot D$ ist.

   4+4 Punkte

4. Berechnen Sie $\mathrm{H}_\bullet^{\mathrm{sing}}(\mathrm{S}^n\setminus X,\mathbb{Z})$ für einen Unterraum $X\subset\mathrm{S}^n$, der homöomorph zu $\mathrm{S}^k\vee\mathrm{S}^l$ ist. *4 Punkte*

5. Berechnen Sie $\mathrm{H}_\bullet^{\mathrm{sing}}(\mathbb{RP}^\infty,\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})$ mit der Transfersequenz für die Überlagerung $\mathrm{S}^\infty\to\mathbb{RP}^\infty$. *4 Punkte*