Aufgabe 1

Seien $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$. Beweisen Sie folgende Aussagen:

a) Gilt $a \mid b$ und $b \mid c$, so folgt $a \mid c$.

b) Gilt $a \mid c$ und $b \mid d$, so folgt $ab \mid cd$.

c) Eine natürliche Zahl ist genau dann durch 3 teilbar, wenn n^2 durch 3 teilbar ist.

Aufgabe 2

Seien $a, b, c \in \mathbb{Z}$ ganze Zahlen. Beweisen Sie oder widerlegen Sie (durch ein Gegenbeispiel) folgende Aussagen:

a) Gilt $a \mid b$ und $a \mid c$, so folgt $a \mid b + c$.

b) Gilt $a \mid bc$, so folgt $a \mid b$ oder $a \mid c$.

c) Gilt $a \mid c$ und $b \mid c$, so folgt $ab \mid c$.

d) Die Zahl $a(a + 1)(a + 2)$ ist durch 3 teilbar.

Aufgabe 3

Sei $a, b \geq 1$ natürliche Zahlen. Beweisen Sie mithilfe eines direkten und eines indirekten Beweises die folgende Aussage: ist a gerade oder b gerade, so ist auch das Produkt $a \cdot b$ gerade.

Aufgabe 4

Sei $n \geq 1$ eine natürliche Zahl und seien $p_1, \ldots, p_n$ paarweise verschiedene Primzahlen. Beweisen Sie (mithilfe eines Widerspruchsbeweises), dass

$$\frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2} + \ldots + \frac{1}{p_n}$$

keine natürliche Zahl ist.

Bitte schreiben Sie Ihren Namen und die Matrikelnummer auf die Abgabe. Die Abgabe erfolgt in den Briefkasten Ihrer Übungsgruppe auf Ebene D.13. Die entsprechende Briefkastennummer können Sie ab dem 16.10. auf der Homepage zur Vorlesung nachlesen:

http://www2.math.uni-wuppertal.de/∼ weist/gdm.html