

Seminarplan zur homologischen Algebra zum SS 2019

Prof. Dr. Sascha Orlik
M.Sc. Dennis Peters

23. März 2019

1 Vortrag: Lange exakte Folgen und Kettenhomotopien

- Kettenkomplexe, Schlangenlemma und Fünfer-Lemma [W], 1.1.1, 1.1.1 (Übung), 1.1.2, 1.1.5, 1.3.2, 1.3.3 auf Seite 11-13
- Lange exakte Folgen [W], 1.3.1, 1.3.4 auf Seite 11 und 14
- Kettenhomotopien [W]: 1.4.3, 1.4.4, 1.4.5 auf Seite 17

2 Vortrag δ -Funktoren und Auflösungen

- δ -Funktoren [W], 2.1 auf Seite 30
- Projektive und injektive Auflösungen [W], 2.2, 2.3 auf den Seiten 33-38 und 38-43.
- Zeige, dass A -Mod genügend viele injektive Objekte enthält [W], auf den Seiten 41-42.

3 Vortrag: Rechts- und Linksabgeleitete Funktoren

- Rechtsabgeleitete Funktoren [W], 2.4 der Satz 2.4.7 soll wie in Exercise 2,4,5, auf den Seiten 47 und 49 bewiesen werden.
- Linksabgeleitete Funktoren [W], 2.5 ab Seite 49.
- Zweite Definition der Gruppen(-ko)homologie [W], 6.1.2 auf Seite 161.

4 Kohomologie von Garben und noetherschen affinen Schemata

- Definition der Kohomologie von Garben [H], Definition nach 2.3 und 2.4 auf der Seite 207.

- Eigenschaften der Kohomologie von Garben [H], 2.5 und 2.6 auf der Seite 208.
- Kohomologie für noethersche affine Schemata (Hauptaussage) [H], 3.5 und 3.7 auf den Seiten 215-216.

5 Čech-Kohomologie und die Kohomologie des projektiven Raumes

- Definition der Čech-Kohomologie, Beispiel und Eigenschaften [H], Definition vor 4.0.2, 4.04, 4.1 auf den Seiten 218-220.
- Weitere Eigenschaften zur Čech-Kohomologie [H], 4.3 und 4.5 auf den Seiten 221-222.
- Kohomologie des projektiven Raumes [H], 5.1 (Hauptergebnis mit langem Beweis, kürzen!!!) auf den Seiten 225-228.

6 Lie Algebra Homologie und Kohomologie

- Definitionen, Beispiele zu Lie-Algebren und deren (Ko-)homologie [W], 7.1, 7.1.1, 7.2, 7.2.1, 7.2.2, 7.2.3 (Teil 0) auf den Seiten 216-221.
- Eigenschaften von Lie-Algebren (Ko-)homologien [W], 7.2.4, 7.2.5, 7.3.3 und 7.3.6 auf den Seiten 224 und 225.
- H^1 und H_1 Eigenschaften und Definitionen [W], 7.4.1, 7.4.2, 7.4.3, 7.4.6, 7.4.7 auf den Seiten 228-230.

7 Lokale Kohomologie

Sei X ein topologischer Raum, Z ein lokal abgeschlossener Unterraum von X und \mathcal{F} eine abelsche Garbe auf X .

- Definition der Funktoren Γ_Z und $\underline{\Gamma}_Z$, sowie der lokalen Kohomologiegruppen $H_Z^p(X, \mathcal{F})$ und der lokalen Kohomologiegarben $\underline{H}_Z^p(\mathcal{F})$ für $p = 0, 1, \dots$: [GH] Seite 3-4
- Eigenschaften von $H_Z^p(X, \mathcal{F})$ und $\underline{H}_Z^p(\mathcal{F})$: Proposition 1.1, Proposition 1.2, Proposition 1.3, evtl. Proposition 1.4 (abhängig vom Vorwissen; Theorem A, Lemma 1.5-1.7 ggf. ohne Beweis), Proposition 1.9 und Korollar 1.9 (Lemma 1.5 und Lemma 1.8 können ggf. ohne Beweis verwendet werden): [GH] Seite 3-10
- Berechnen und präsentieren Sie $H_{i,\bullet}^i(\mathbb{P}_K^1, \mathcal{O}_{\mathbb{P}_K^1})$ für alle $i \geq 0$.

Literatur

- [1] [W] Charles A. Weibel, *An introduction to homological algebra*, Cambridge studies in advanced mathematics 38
- [2] [H] Robin Hartshorne, *Algebraic Geometry*, Department of Mathematics University of California, Berkeley USA
- [3] [GH] A. Grothendieck, R. Hartshorne, *Local Cohomology: a seminar given by A. Grothendieck*, Volume 41 of *Lecture Notes in mathematics*, Springer, 1967.