

Übungen Vorkurs Mathematik Wintersemester 2009/2010

Blatt 11

28.09.09

Aufgabe 1: Bestimmen Sie Real- und Imaginärteil folgender komplexer Zahlen:

(a) $\frac{1}{1+2i}$,

(b) $\frac{2i+3}{1-5i}$,

(c) $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^k$, $k \in \mathbb{Z}$.

Aufgabe 2: Zeigen Sie: Für komplexe Zahlen z_1, z_2 gilt

(a) $\overline{z_1 + z_2} = \overline{z_1} + \overline{z_2}$;

(b) $\overline{z_1 \cdot z_2} = \overline{z_1} \cdot \overline{z_2}$;

(c) $|z_1 + z_2|^2 = |z_1|^2 + |z_2|^2 + z_1 \overline{z_2} + \overline{z_1} z_2$.

Aufgabe 3: Es seien $a, z \in \mathbb{C}$ mit $|a| < 1$. Zeigen Sie:

$$\left| \frac{z-a}{1-\overline{a}z} \right| < 1 \iff |z| < 1.$$