Bergische Universität Wuppertal
Fachbereich C - Mathematik und Naturwissenschaften
www.math.uni-wuppertal.de/∼schuster/vorkurs/

Übungen Vorkurs Mathematik Wintersemester 2009/2010

Blatt 5 18.09.09

Aufgabe 1: Sei $f\colon M \to N$ eine Abbildung. Zeigen Sie:

(a) Es sind äquivalent:

   (i) f ist injektiv

   (ii) $f(A \cap B) = f(A) \cap f(B)$ für alle Teilmengen $A, B \subset M$

   (iii) $f^{-1}\big(f(A)\big) = A$ für alle $A \subset M$.

(b) $f\colon M \to N$ ist genau dann surjektiv, wenn $f\big(f^{-1}(B)\big) = B$ für jedes $B \subset N$.

Aufgabe 2: Gegeben seien zwei Abbildungen $f\colon A \to B$ und $g\colon B \to C$. Beweisen oder widerlegen Sie:

(a) Ist $g \circ f$ surjektiv, so ist auch f surjektiv.

(b) Ist $g \circ f$ surjektiv, so ist auch g surjektiv.

(c) Ist $g \circ f$ injektiv, so ist auch g injektiv.

(d) Ist $g \circ f$ bijektiv, so ist f injektiv.

Aufgabe 3: Finden Sie Abbildungen $f, g\colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ mit folgenden Eigenschaften: f ist nicht surjektiv, g ist nicht injektiv, und $g \circ f = \mathrm{id}_{\mathbb{N}}$.

Aufgabe 4: Geben Sie alle Relationen auf der Menge $X = \{0, 1\}$ an. Welche davon sind Ordnugsrelationen, welche Äquivalenzrelationen?