

Übungen Vorkurs Mathematik Wintersemester 2009/2010

Blatt 4

17.09.09

Aufgabe 1: Zeigen Sie, dass $\mathcal{P}(X) \cap \mathcal{P}(Y) = \mathcal{P}(X \cap Y)$ und $\mathcal{P}(X) \cup \mathcal{P}(Y) \subset \mathcal{P}(X \cup Y)$ für alle Mengen X und Y gilt. Finden Sie ein Beispiel dafür, dass im zweiten Falle Gleichheit im Allgemeinen nicht gilt.

Aufgabe 2: Seien A, B Mengen. Zeigen Sie, dass A und B genau dann gleich sind, wenn ihre Potenzmengen gleich sind.

Aufgabe 3: Für Mengen A, B, C, D zeige man:

- (a) $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$
- (b) $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$
- (c) $A \times (B - C) = (A \times B) - (A \times C)$
- (d) $(A \times B) \cap (C \times D) = (A \cap C) \times (B \cap D)$
- (e) $(A \times B) \cup (C \times D) \subset (A \cup C) \times (B \cup D)$

Finden Sie ein Beispiel, in dem die umgekehrte Inklusion in (e) nicht gilt, bzw. finden Sie eine Bedingung, unter der in (e) Gleichheit gilt.

Aufgabe 4: Überprüfen Sie die folgenden Abbildungen auf Injektivität und Surjektivität.

- (a) $f: \mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, (x, y, z, w) \mapsto xw - yz.$
- (b) $g: \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \times \mathbb{R}, (x, y) \mapsto (x^2 - y, x - 1)$