Bergische Universität Wuppertal
Fachbereich C - Mathematik und Naturwissenschaften
PD Dr. Schuster

Übungen Mathematik C   Wintersemester 2009/2010

Blatt 11

Aufgabe 51: Benutzen Sie bekannte Laplace-Korrespondenzen, um die Laplace-Transformierten der folgenden Funktionen zu bestimmen.

(a) $f(t) = -\frac{1}{2} - 3t + t^2 + \sin(2t)$ (b) $g(t) = 3\cosh^2(t)$

(c) $h(t) = \cos(2t) - \sinh(t)$ (d) $k(t) = \sin(t)e^t$

Aufgabe 52: Sei $a \in \mathbb{R}$ und $n \in \mathbb{N}$, $n > 1$. Zeigen Sie die Rekursionsformel

$$\mathcal{L}\{t^n e^{at}\} = \frac{n}{s-a}\mathcal{L}\{t^{n-1}e^{at}\}$$

und folgern Sie daraus die Korrespondenzen

$$t^n e^{at} \circ\!\!-\!\!\bullet \frac{n!}{(s-a)^{n+1}}\,.$$

Aufgabe 53: Lösen Sie das folgende Anfangswertproblem mittels Laplace-Transformation:

$$y'' - 2y' + y = t\,, \qquad y(0) = -1\,, \quad y'(0) = 0\,.$$

Aufgabe 54: Lösen Sie das folgende Anfangswertproblem mittels Laplace-Transformation:

$$y''' - y'' + y' - y = (6t+4)e^t\,, \qquad y(0) = y'(0) = y''(0) = 0\,.$$

Aufgabe 55: (a) Finden Sie die Rücktransformation der Funktion

$$F(s) = \frac{1}{(s^2+a^2)(s^2+4)}\,.$$

Unterscheiden Sie dabei die Fälle $a^2 \neq 4$ und $a^2 = 4$.

(b) Benutzen Sie das Ergebnis aus (a), um die Differentialgleichung

$$y'' + 4y = \sin(at)$$

mittels Laplace-Transformation zu lösen. Unterscheiden Sie dabei wieder die Fälle $a^2 \neq 4$ und $a^2 = 4$ (Resonanzfall).