

Übungen Mathematik C Wintersemester 2009/2010

Blatt 8

Aufgabe 36: Berechnen Sie die Residuen der folgenden Funktionen bei $z = 0$.

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad f(z) &= \frac{z^{n-1}}{\sin^n z} & \text{(b)} \quad g(z) &= \frac{\tan z - z}{(1 - \cos z)^2} \\ \text{(c)} \quad h(z) &= \frac{\sin(2z) - 2 \sin z}{\sin z(\sin z - z)} & \text{(d)} \quad k(z) &= \frac{z - 1}{\ln(z + 1)} \end{aligned}$$

Aufgabe 37: Bestimmen Sie die Residuen der folgenden Funktionen in allen ihren Singularitäten.

$$\text{(a)} \quad f(z) = \frac{z^2}{z^3 + 1} \qquad \text{(b)} \quad g(z) = \frac{\cot z}{z^2 + a^2}, \quad a \in \mathbb{R}, \quad a > 0$$

Aufgabe 38: Sei C eine positiv orientierte, einfach geschlossene Kurve, die keine Singularität des Integranden enthalte. Bestimmen Sie alle möglichen Werte der folgenden Kurvenintegrale.

$$\text{(a)} \quad \oint_C \frac{dz}{z(z-1)^2} \qquad \text{(b)} \quad \oint_C \frac{e^z}{(z-a)(z-b)^2} dz$$

Aufgabe 39: Berechnen sie die Integrale

$$\text{(a)} \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + 1)(x^2 + 4)} \qquad \text{(b)} \quad \int_0^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + a^2)^2}, \quad a \in \mathbb{R}, \quad a > 0$$

Aufgabe 40: Seien $a \in \mathbb{R}$ mit $a > 0$ und $b \in \mathbb{C}$ mit $\operatorname{Re}(b) > 0$. Berechnen Sie das Integral

$$\int_0^{\infty} \frac{\cos(ax)}{(x^2 + b^2)^2} dx.$$