

Übungen Mathematik C Wintersemester 2009/2010

Blatt 7

Aufgabe 31: Bestimmen Sie die Konvergenzgebiete der folgenden Potenz- bzw. Laurentreihen.

$$(a) \sum_{k=0}^{\infty} \frac{3k}{2^k} z^k \quad (b) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2k}{k^2} (z+j)^k \quad (c) \sum_{n=-\infty}^{\infty} 2^{-|n|} z^n \quad (d) \sum_{n=-\infty}^{\infty} 2^n (z+2)^n$$

Aufgabe 32: Bestimmen Sie die Taylorreihen von

(a) $f(z) = \sinh z$ um $z_0 = 0$,

(b) $g(z) = \frac{z}{z-1}$ um $z_0 = 2$.

Aufgabe 33: Finden Sie für die folgenden Funktionen die Darstellung als Laurentreihe im angegebenen Gebiet.

(a) $f(z) = \frac{1}{z(z-1)(z-2)}$ in den Kreisingen $K_{0,1}(0)$ und $K_{1,2}(0)$,

(b) $f(z) = \frac{1}{z(z-3)^2}$ im Kreisring $K_{1,2}(1)$,

Aufgabe 34: Bestimmen Sie jeweils alle Singularitäten und deren Typ.

(a) $f(z) = \frac{z^2 + j}{z^4 + 1}$ (b) $f(z) = \frac{\cosh z + \cos z}{z^5}$

(c) $f(z) = \frac{1}{z} \sin\left(\frac{1}{z}\right)$ (d) $f(z) = \frac{1}{\sin^2 z}$

Aufgabe 35: Berechnen Sie die Integrale

$$I_k := \oint_{|z|=1} \frac{z^k(z+2)}{\sinh^2 z} dz$$

für alle ganzen Zahlen $k \geq 0$. [Hinweis: Betrachten Sie den Hauptteil der Laurentreihe der Funktion $f(z) = \frac{z+2}{\sinh^2 z}$.]