Bergische Universität Wuppertal
Fachbereich C - Mathematik und Naturwissenschaften
PD Dr. Schuster

Übungen Mathematik C   Wintersemester 2009/2010

Blatt 5

Aufgabe 21: Berechnen Sie die folgenden Funktionswerte:

$$e^{j-1}\,,\quad \ln(-2)\,,\quad \ln(-1+j)\,,\quad \cosh(j\pi)\,.$$

Aufgabe 22: Gegeben sei die Funktion $f\colon \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, $f(z) = z^2$. Untersuchen Sie, wie die folgenden geometrischen Objekte abgebildet werden, und machen Sie jeweils eine Skizze.

(i) Die Halbgerade $z = re^{j\varphi_0}$, $r \geq 0$;

(ii) der Kreis $|z| = r_0$;

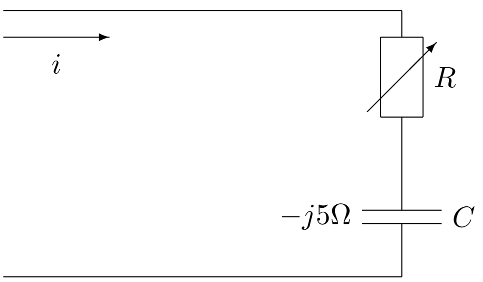
(iii) die Gerade $z = x_0 + jy$;

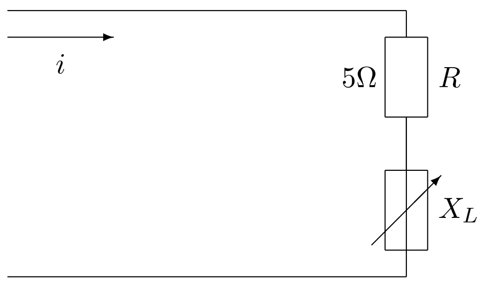
(iv) die Gerade $z = x + jy_0$.

Aufgabe 23: Skizzieren Sie für die folgenden Schaltungen jeweils die Z-Ortskurve (Z der komplexe Widerstand) und die W-Ortskurve ($W = \frac{1}{Z}$ der komplexe Leitwert) bei

(a) veränderlichem Widerstand R,

(b) veränderlicher induktiver Reaktanz.

(a) 

(b) 

Aufgabe 24: Stellen Sie fest, in welchen Punkten der komplexen Ebene die folgenden Funktionen komplex differenzierbar sind. Welche dieser Funktionen ist auf einer geeigneten Teilmenge von $\mathbb{C}$ holomorph?

(i) $f(z) = e^{\overline{z}}$

(ii) $f(z) = e^{\mathrm{Re}(z)} + je^{\mathrm{Im}(z)}$

(iii) $f(z) = \ln z$

Aufgabe 25: Zeigen Sie, dass die Funktion $u\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definiert durch

$$u(x, y) = e^x(x\cos y - y\sin y)$$

harmonisch ist, d.h. der Differentialgleichung $\Delta u = 0$ genügt. Konstruieren Sie eine Funktion $v\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, so dass $f := u + jv$ eine auf ganz $\mathbb{C}$ holomorphe Funktion ist. Versuchen Sie, f als Funktion von z zu schreiben.