

## Übungen Mathematik 3 Wintersemester 2010/2011

Blatt 8

03.12.2010

**Aufgabe 1:** Es seien  $A, B, C$  beliebige Ereignisse eines Zufallsexperiments. Zeigen Sie:

- (a)  $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$
- (b)  $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$
- (c)  $(A \cap B) \cup (A \cap \overline{B}) = A$ .

**Aufgabe 2:** Vier Zeichen werden über eine digitale Datenleitung gesendet. Die Feststellung, ob ein Zeichen korrekt oder falsch übermittelt wurde, soll als Zufallsexperiment aufgefasst werden.

- (a) Konstruieren Sie eine passende Ergebnismenge  $\Omega$ .
- (b) Es bezeichne  $A_i$  die Aussage, dass das  $i$ -te Zeichen falsch übermittelt wurde. Stellen Sie die folgenden Ereignisse als Teilmengen von  $\Omega$  sowie durch die  $A_i$  dar:
  - (i) Eines der ersten drei Zeichen ist falsch oder das vierte korrekt.
  - (ii) Das erste, das vierte und mindestens ein weiteres Zeichen ist falsch.
  - (iii) Zwei aufeinanderfolgende Zeichen sind korrekt.

**Aufgabe 3:** 1000 Stahlseile werden auf Reißfestigkeit und Elastizität geprüft, mit dem Ergebnis

		Reißfestigkeit	
		hoch	niedrig
Elastizität	hoch	810	90
	niedrig	45	55

Man betrachte die Eigenschaften eines zufällig herausgegriffenen Seils als Zufallsexperiment.

- (a) Beschreiben Sie die Ergebnismenge und die Elementarereignisse.
- (b) Sei  $A$  das Ereignis „hohe Reißfestigkeit“ und  $B$  das Ereignis „niedrige Elastizität“. Wieviele Elementarereignisse enthalten  $A \cap B$ ,  $A \cup B$  und  $\overline{A} \cap \overline{B}$ ?
- (c) Welche Wahrscheinlichkeiten werden von der Tabelle suggeriert?

**Aufgabe 4:** Sei  $\Omega$  die Ergebnismenge eines Zufallsexperiments und seien  $A, B, C \subset \Omega$  Ereignisse.

(a) Sei  $P$  ein Wahrscheinlichkeitsmaß auf  $\Omega$  mit

$$P(A) = 0.4, P(B) = 0.25 \text{ und } P(A \cup B) = 0.5.$$

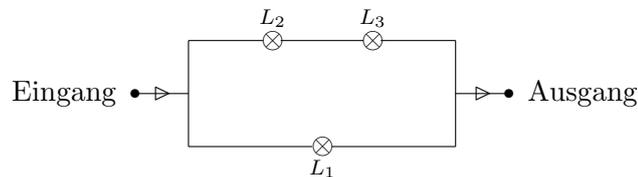
Berechnen Sie  $P(A \cap B)$ ,  $P(\overline{A \cup B})$ ,  $P(\overline{A} \cup \overline{B})$  und  $P(A \cap \overline{B})$ .

(b) Sind folgende Wahrscheinlichkeiten für ein Wahrscheinlichkeitsmaß  $P$  möglich?

(i)  $P(A) = 0.5, P(B) = 0.4, P(A \cap B) = 0.1, P(A \cap B \cap C) = 0.2.$

(ii)  $P(A) = 0.5, P(A \cap B) = 0.2, P(A \cap \overline{B}) = 0.4.$

**Aufgabe 5:** Betrachten Sie die folgende Schaltung mit drei Lampen  $L_1, L_2, L_3$ :



Jede der Lampen brennt mit Wahrscheinlichkeit 0.4 durch. Die Wahrscheinlichkeit, dass (wenigstens) eine der beiden Lampen  $L_2, L_3$  durchbrennt, sei 0.7, und mit Wahrscheinlichkeit 0.1 brenne keine der Lampen durch.

(a) Entwerfen Sie ein Modell für diesen Stromkreis. Geben Sie dabei insbesondere eine geeignete Ergebnismenge an.

(b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit fließt Strom?