Bergische Universität Wuppertal
Fachbereich C - Mathematik und Naturwissenschaften
PD Dr. Schuster

Übungen Mathematik 3 Wintersemester 2010/2011

Blatt 5 12.11.2010

Aufgabe 1: Seien $\vec{r}, \vec{s} \colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3$ differenzierbare Funktionen. Zeigen Sie:

(a) $\dfrac{d}{dt}\langle \vec{r}, \vec{s}\rangle = \langle \dot{\vec{r}}, \vec{s}\rangle + \langle \vec{r}, \dot{\vec{s}}\rangle$.

(b) $\dfrac{d}{dt}(\vec{r} \times \vec{s}) = \dot{\vec{r}} \times \vec{s} + \vec{r} \times \dot{\vec{s}}$.

(c) $\dfrac{d}{dt}(\rho \cdot \vec{r}) = \dot{\rho} \cdot \vec{r} + \rho \cdot \dot{\vec{r}}$.

Aufgabe 2: Gegeben sei die Kurve C mit Parametrisierung

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} t\sin(t) \\ t\cos(t) \\ t \end{pmatrix}\ ,\ 0 \le t \le 4\pi\,.$$

(a) Skizzieren Sie die Kurve.

(b) Bestimmen Sie den Tangenten- und den Hauptnormaleneinheitsvektor von C.

Aufgabe 3: Berechnen Sie die Bogenlängen der folgenden Kurven:

(a) $\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} \frac{2}{3}(1+2t)^{3/2} \\ t^2 \end{pmatrix}$, $0 \le t \le 1$,

(b) $\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} t^2 \\ t^3 \end{pmatrix}$, $0 \le t \le 1$.

Aufgabe 4: Bestimmen Sie die Bogenlänge der Astroide

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} \cos^3(t) \\ \sin^3(t) \end{pmatrix}\ ,\ 0 \le t \le 2\pi\,.$$

Aufgabe 5: Parametrisieren Sie die Kurve aus Aufgabe 3 (a) nach der Bogenlänge.