Bergische Universität Wuppertal
Fachbereich C - Mathematik und Naturwissenschaften
www.math.uni-wuppertal.de/~schuster/Ana1/

Übungen Analysis I   Wintersemester 2007/2008

Blatt 2 Abgabe: Freitag, 9.11.07

Aufgabe 1: Beweisen Sie: für jede natürliche Zahl n gilt

(a) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$,

(b) $\displaystyle\sum_{i=1}^{n} i^3 = \left(\sum_{j=1}^{n} j\right)^2$.

Aufgabe 2: Berechnen Sie für natürliche Zahlen m, n und q:

(a) $\displaystyle\sum_{i=0}^{n} q^i$, (b) $\displaystyle\sum_{i=0}^{m}\sum_{j=0}^{n} 2^{i+j}$.

Aufgabe 3: (a) Zeigen Sie: für je n reelle Zahlen $a_1, a_2, \dots, a_n$ gelten die Ungleichungen

$$|a_1| - \sum_{i=2}^{n} |a_i| \leq \left|\sum_{i=1}^{n} a_i\right| \leq \sum_{i=1}^{n} |a_i| .$$

(b) Seien m, n positive natürliche Zahlen. Wann ist $\displaystyle\sum_{i=1}^{m} a_i + \sum_{j=m+1}^{n} a_j = \sum_{k=1}^{n} a_k$?

Aufgabe 4: (a) Zeigen Sie, daß für je n nichtnegative reelle Zahlen $x_1, \dots, x_n$ gilt:

$$\prod_{k=1}^{n}(1+x_k) \geq 1 + \sum_{k=1}^{n} x_k .$$

(b) Zeigen Sie, daß obige Ungleichung auch gilt, falls $-1 \leq x_k \leq 0$ für alle k ist.

Aufgabe 5: Sei M eine Menge. Zeigen Sie: es gibt keine surjektive Abbildung

$$g\colon M \to \mathscr{P}(M) .$$

[Hinweis: Betrachten Sie die Menge $\{x \in M \mid x \notin g(x)\}$.]