Übungen Analysis I Wintersemester 2007/2008

Blatt 1

Abgabe: Freitag, 2.11.07

Aufgabe 1: Seien A , B und C Mengen. Zeigen Sie:

- (a) $A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$
- (b) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
- (c) $A - (B \cup C) = (A - B) \cap (A - C)$

Aufgabe 2: Jedes alte Schwein ist gefräßig und jedes gesunde Schwein ist gefräßig. Auf einem Bauernhof gibt es sowohl gefräßige als auch nicht gefräßige Schweine. Welche der nachfolgenden Schlußfolgerungen sind zulässig?

- (a) Es gibt sowohl alte als auch junge Schweine auf dem Hof.
- (b) Es gibt junge Schweine auf dem Hof.
- (c) Alle nicht gefräßigen Schweine sind jung.
- (d) Einige junge Schweine sind krank.
- (e) Alle jungen Schweine sind krank.

Aufgabe 3: Negieren Sie die folgenden Aussagen:

- (a) Für alle $\varepsilon > 0$ existiert ein $\delta > 0$, so daß für $x, y \in \mathbb{R}$ gilt: $|x - y| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(y)| < \varepsilon$.
- (b) Zu jeder Menge M gibt es eine Menge N mit $M \subset N$, so daß keine surjektive Abbildung von M nach N existiert.

Aufgabe 4: Es sei X eine nichtleere Menge, und $f, g : X \rightarrow X$ seien Abbildungen mit $g \circ f = \text{id}_X$. Zeigen Sie:

- (a) f ist injektiv und g ist surjektiv.
- (b) Ist X endlich, so sind f und g bijektiv.
- (c) Finden Sie Abbildungen $f, g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ mit folgenden Eigenschaften: f ist nicht surjektiv, g ist nicht injektiv und $g \circ f = \text{id}_{\mathbb{N}}$.

Aufgabe 5: Es seien X, Y Mengen und $f : X \rightarrow Y$ eine Abbildung. Zeigen Sie:

- (a) f ist genau dann surjektiv, wenn für alle $B \subset Y$ gilt: $f(f^{-1}(B)) = B$.
- (b) f ist genau dann injektiv, wenn für alle $A \subset X$ gilt: $f^{-1}(f(A)) = A$.