

Einstein-Weyl Modelle der Kosmologie

Erhard Scholz, Wuppertal

14. 02. 2005

Die Annahme eines “expandierenden Raumes” ist nicht die einzige Möglichkeit zur Erklärung der kosmologischen Rotverschiebung. E. Hubble, der in den 1920/30er Jahren durch seine astronomischen Messungen den Grundstein für eine präzise Erforschung der kosmologischen Rotverschiebung legte, sah die wechselseitige “Fluchtgeschwindigkeit” der Galaxien lediglich als eine bequeme Sprechweise für die Beschreibung seiner Beobachtungsdaten an. Er ging nicht von einer “realen” Raumexpansion aus. Sein Kollege und Zeitgenosse, F. Zwicky, vermutete den Grund der kosmologischen Rotverschiebung in einer (im Einzelnen noch nicht genau verstandenen) gravitativen Wechselwirkung der Photonen, die diesen über kosmische Zeitspannen hinweg Energie entzieht. Nach Einsteins Interpretation des Planckschen Quantenprinzips, $E = h\nu$, entspricht dies einer Abnahme der Frequenz, bzw. der Zunahme des “inneren Zeittaktes” eines Photons.

Eine von H. Weyl vorgeschlagene Erweiterung der Riemannschen Differentialgeometrie geht davon aus, dass die geometrischen (und damit die physikalischen) Maßstäbe zunächst durch ortsabhängige Konventionen eingeführt werden – ähnlich wie bei den früher üblichen verschiedenen “Eichungen” von “Fuß” oder “Elle” etc.. Diese erfahren bei der Übertragung von einem Zeit-Ort zum anderen möglicherweise eine vom Weg abhängige Umeichung (*Weylsche Eichgeometrie*). Mathematisch beschrieb Weyl dies durch Einführung eines sogenannten “Längenzusammenhangs” (oder *Skalenzusammenhangs*) und die Möglichkeit von Umeichungen, also *Eichtransformationen* im strikten Sinne des Wortes.

Eine solche Geometrie eignet sich vorzüglich zur Darstellung physikalischer Verhältnisse, in der bei Verbindung verschiedener Zeit-Orte etwa durch Austausch von Lichtsignalen eine Veränderung des internen Maßstabes eintritt. Genau dies ist bei der kosmologischen Rotverschiebung der Fall. Tatsächlich lässt sich Einsteins allgemeine Relativitätstheorie (ART), anders als das Weyl im Jahre 1918 vorschlug, *ohne einschneidende Änderung* im Rahmen der Weylschen Eichgeometrie formulieren. Dies geht im Rahmen einer *konservativen Erweiterung* der Einsteinschen Theorie. “Konservativ” bedeutet hier, dass die ART nicht nur, wie sonst bei Theorieerweiterungen der Physik üblich, als *Grenzfall* der erweiterten Theorie auftritt, sondern darüber hinaus sogar ein *Spezialfall* der Erweiterung ist und daher unter gewissen Bedingungen nicht nur approximativ sondern streng gültig bleibt. Zunächst gewinnt man hier lediglich einen zusätzlichen begrifflich-symbolischen Spielraum durch die Wahlmöglichkeiten verschiedener Eichungen. Damit erwei-

tern sich im nächsten Schritt aber auch die physikalischen Interpretationsmöglichkeiten der mathematischen Struktur. Dies gilt selbst dann, wenn sich die Weylsche Eichgeometrie von der üblicherweise in der Relativitätstheorie verwendeten Riemannschen Geometrie kaum unterscheidet. Im letzten Fall spricht man von einer “integrablen Weylgeometrie”. Sie liegt den folgenden Modellen zugrunde.

Analysiert man die Geometrie der bekannten Modelle der relativistischen Kosmologie (sogenannte “Robertson-Walker Mannigfaltigkeiten”) aus dieser Sicht, so lassen sich je nach Wahl der Eichung eine kinematische Deutung der Rotverschiebung wie beim Doppler-Effekt und eine nicht-kinematische (etwa durch gravitativen Energieverlust der Photonen) ineinander transformieren. Ähnlich wie Einstein gravitative Felder und beschleunigte Beobachtersysteme mit Hilfe der Riemannschen Differentialgeometrie (unter gewissen Bedingungen) als äquivalent ansehen konnte, erweisen sich hier unter gewissen Bedingungen die Annahme expandierender Raumschichten in kosmologischen Modellen und die Annahme einer nicht-kinematischen (gravitativen) Energieabnahme von Photonen als mathematisch äquivalent. In diesem Sinne ermöglicht die integrable Weyl Geometrie eine *Erweiterung des Äquivalenzprinzips auf die kosmologische Rotverschiebung*. Dabei ergeben sich neue Perspektiven, weil aus Sicht der Riemannschen Geometrie ungewöhnliche Eichungen unter Umständen physikalische Bedeutung bekommen können.

Die einfachsten in diesem Rahmen bildbaren Modelle sehen aus Sicht einer ihrer Eichungen aus wie Einstein-Universen (oder andere statische Modelle der klassischen relativistischen Kosmologie). Sie besitzen aber nun zusätzlich einen Weylschen “Längenzusammenhang”, der die kosmologische Rotverschiebung ausdrückt, ohne notwendigerweise eine reale Raumexpansion darzustellen. Dieser wird daher hier *Hubble-Zusammenhang* des kosmologischen Modells genannt. Schon die einfachste Annahme eines konstanten Hubble-Zusammenhangs führt auf Modelle der Kosmologie, die man aus naheliegenden Gründen als *Einstein-Weyl Modelle* bezeichnen sollte. Diese sind durch die astronomisch gut vermessene *Hubble Konstante* H und die Krümmung der Raumschichten κ bestimmt. In mathematischer Hinsicht ist sogar nur das Verhältnis $\zeta := \frac{\kappa}{H^2}$ ein wesentlicher freier Parameter des Modells (er bestimmt, wie man sagt, das Modell “bis auf Isomorphie”). Für die physikalische Interpretation des Modells gibt es gute Gründe, diesen geometrischen Parameter mit der relativen Energiedichte der im Kosmos verteilten Materie zu identifizieren. Diese wird üblicherweise als Ω_m bezeichnet.

Berechnet man in diesen Modellen die Rotverschiebung z und die Abnahme der relativen Leuchtstärke kosmischer Strahlungsquellen, ausgedrückt durch ihre astronomische Größenklasse m , so ist die daraus ableitbare Beziehung $m(z)$ zwischen diesen Größen, entscheidend vom Parameter ζ abhängig. Auffälligerweise sind die Ende der 1990er Jahre sehr genau vermessenen Daten von m und z bei Supernovae Ia sehr gut mit der Voraussage dieser geometrisch sehr einfachen Modelle verträglich. Etwas technischer ausgedrückt

Siehe *Das derzeitige Standardmodell der Kosmologie*, dieser Katalog

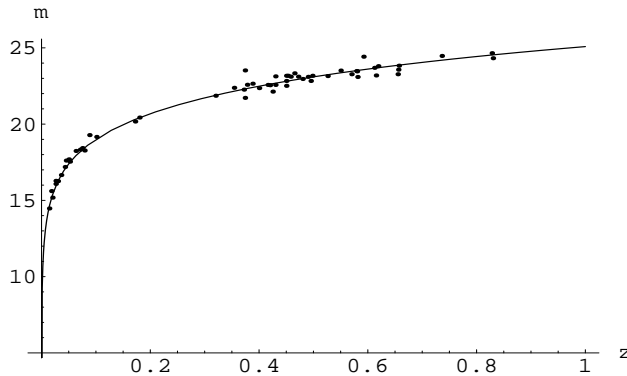


Abbildung 1: Beziehung zwischen relativer Helligkeit m und Rotverschiebung z von Supernovae Ia verglichen mit Einstein-Weyl Modell, $\zeta = 1$, Hubble-Konstante $H_0 = 70$, bei absoluter Helligkeit $M = -19.3$. SN_{Ia} Daten (Punkte) nach (Perlmutter 1999)

ist der Datenfit in dieser Modellklasse für den Wert $\zeta \approx 1$ vergleichbar gut wie beim kosmologischen Standardmodell mit den Parametern $\Omega_m \approx 0.3$ und relativer Vakuumenergiedichte $\Omega_\Lambda \approx 0.7$ (Abb. 1). Die Unterschiede der Fitqualität (nach der Methode der kleinsten Fehlerquadrate beurteilt) sind nicht signifikant. Angesichts der im Standardmodell auftretenden “Dunkelheiten” — aus Sicht der Wissenschaftstheorie und -geschichte handelt es sich dabei um handfeste *Anomalien* der derzeitig vorherrschenden Theorie — mag dies ein erster Anlass sein zu überlegen, ob diesem Modellansatz möglicherweise physikalische “Realität” zugesprochen werden kann.

Falls das so wäre, hätte man durch den Hubble-Zusammenhang eine kleine Modifikation an der Relativitätstheorie anzubringen. Sie wäre allerdings so schwach, dass sie sich bei Experimenten oder Beobachtungen im Sonnensystem nur unterhalb der Messfehlerschranke auswirkt. Erst auf der Ebene kosmologischer Maßstäbe würde sich die (vermutlich gravitative) Abnahme der Photonenenergie auf Geometrie und Physik auswirken. Dort allerdings hätte sie erhebliche Konsequenzen.

Am einschneidendsten ist, dass der “Big Bang” in diesen Modellen nicht auftritt. Aus dieser Sicht erscheint der Urknall als ein Modellartefakt des Standardansatzes, wenn auch ein *in dessem Rahmen* hervorragend begründeter. Damit wäre möglicherweise auch ein Großteil der sich um den Big Bang rankenden physikalischen Überlegungen, wörtlich interpretiert, gegenstandslos. Aus Sicht der Mehrheit der Wissenschaftler erscheint das zur Zeit als nicht sehr attraktiv, oder schlimmer. Andererseits ist ein Teil der Standardannahmen aus anderen Gründen sowieso schon als problematisch oder gar als obsolet anzusehen. Insbesondere ist die sogenannte “primordiale Nukleosynthese” mit den empirischen Daten über Massendichten im Kosmos nicht mehr in Übereinstimmung zu bringen. Die Versuche, ungewöhn-

liche (“exotische”) dunkle Materie zu finden, werden mittlerweile auch aus Sicht der beobachtenden Kosmologie nicht mehr als überzeugend angesehen (Overduin e.. 2004). Das spricht dafür, zur Auffassung F. Zwicky’s (des Urhebers der Annahme eines merklichen Anteils dunkler Materie im Kosmos) zurückzukehren, dass es sich hier um gewöhnliche baryonische, obgleich nicht leuchtende, Materie im interstellaren und intergalaktischen Raum handelt. Weiter gibt es in den Einstein-Weyl Modellen keine Expansion (schon gar keine beschleunigte), deren Erklärung wie in der derzeitigen Standardauffassung in einer rätselhaften “dynamischen Dunkelenergie” gesucht werden müsste. Das Modell zeigt stattdessen lediglich eine konstante auf Zug belastete Spannung des kosmischen Mediums an, die allerdings auch noch einer physikalischen Erklärung bedarf.

Einen Grund für das Auftreten des kosmischen Mikrowellenhintergrundes, CMB (vgl. Abschnitt über *Standardkosmologie* dieser Katalog), gibt es auch in den Einstein-Weyl Modellen. Hier hat er allerdings nichts mit den Auswirkungen eines Big Bang zu tun, sondern erscheint als Gleichgewichtszustand des (quantisierten) elektromagnetischen Feldes auf der dreidimensionalen Sphäre des Einstein Universums. Die Existenz eines solchen Gleichgewichtszustandes wurde von I.E. Segal, einem Mathematiker und mathematischen Physiker, im Jahre 1983 in einem etwas anderen Kontext bewiesen. Die kleinen Störungen der Richtungsunabhängigkeit des CMB, dessen sogenannte Anisotropien, entsprechen aus dieser Sicht den Störungen der Geometrie des Einstein-Weyl Universums, die von der Unregelmäßigkeit der Materieverteilung herrühren, etwa von Galaxienhaufen und Superhaufen. Die Winkelgrößen von Superhaufen in einem breiten Umgebungssegment des Äquators der räumlichen Sphäre des Einstein Universums entsprechen ziemlich genau der Winkelgröße der Anisotropien der Mikrowellenstrahlung. Möglich erscheint auch eine Erniedrigung der Photonenenergie der Hintergrundstrahlung bei Durchlaufen von Superhaufen-Regionen (durch den sogenannten “Sunyaev-Zeldovich Effekt” in diesen Gebieten). Jüngste Studien haben gezeigt, dass mindestens ein Teil der Anisotropien so gut mit den Positionen von Galaxienhaufen korreliert, dass die Deutung der Anisotropien als Eigenschaft des “Schnappschusses des Big Bang” zumindest in ihrem bisherigen Absolutheitsanspruch empirisch nicht mehr zu halten ist (Myers/Shanks e.a. 2004). Wir sollten die Möglichkeit ins Auge fassen, dass sich die *Schnappschuss-Deutung* bei Fortsetzung solcher Korrelationsuntersuchungen in Bereiche höherer Rotverschiebung hinein *insgesamt als Fiktion* erweist.

Zum Abschluss sei eine bemerkenswerte Beobachtung zu *Quasarhäufigkeiten* vorgestellt, die im Standardmodell der Kosmologie bestenfalls durch ad-hoc Annahmen der materiellen Evolution plausibel gemacht werden kann. Im Einstein-Weyl Modell ist sie ein einfach vorhersagbarer Effekt der Raum-Zeit Geometrie. Berechnet man die vom rückwärtigen Lichtkegel eines Beobachters überstrichenen Volumina in der räumlichen Sphäre im Einstein-Weyl

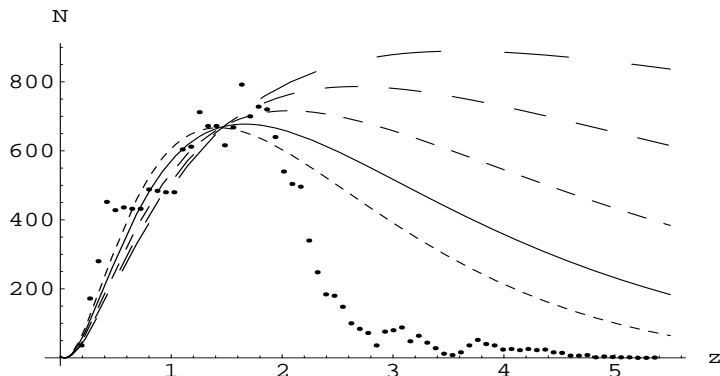


Abbildung 2: Häufigkeiten gleichverteilter Objekte in Einstein-Weyl Universen mit $\zeta = 0.3$ (gröbste Strichelung), $\zeta = 0.6$ (grobe Strichelung), $\zeta = 1$ (mittlere Strichelung), $\zeta = 1.5$ (durchgezogen), and $\zeta = 2$ (feinste Strichelung), im Vergleich mit Quasardaten des *Sloan Digital Sky Survey* (Punkte); Intervallbreite jeweils $\Delta z = 0.076$

Modell in Abhängigkeit von der Rotverschiebung, so ergeben sich Kurvenverläufe wie in Abbildung 2 für verschieden Werte des Parameters ζ dargestellt. Für $z \leq 2$ stimmen sie überraschend gut mit den jüngsten Ergebnissen von Quasarzählungen über große Winkelbereiche der Himmelskugel überein (Fan e.a. 2003). Der rasche Abfall der beobachteten Quasarezahl jenseits von $z = 2$ scheint auf Selektionseffekten zu beruhen, nicht zuletzt auf der drastischen Abnahme der Empfindlichkeit der CCD Detektoren in diesem Frequenzbereich. Im Einstein-Weyl Ansatz lassen die Quasardaten also auf eine *ungefähre Gleichverteilung der Quasare* bei Mittelung über ausreichend große kosmische Bereiche schließen. Darüber hinaus verweisen sie bei einer physikalischen Deutung von ζ als Ω_m auf eine noch größere mittlere Massendichte im Kosmos ($\Omega_m = \zeta \approx 1.5$), als bisher durch dynamische Massenbestimmung festgestellt ($\Omega_m \approx 0.3$).

Das ist keineswegs empirisch unsinnig; schließlich aggregieren die Quasardaten ja Beobachtungen über weit größere Volumenbereiche, als bei den Abschätzungen dynamischer Massendichte berücksichtigt werden können. Aus Sicht der Einstein-Weyl Modelle spricht dies für die Annahme eines höheren Anteils der bekannten baryonischen Materie als im Standardmodell angenommen werden darf. Wenn man auf Astronomen hört, deren Blick nicht durch die Rahmensetzung des Standardmodells eingeschränkt ist, könnte es sich dabei schlicht um astronomisch schwer nachweisbaren *molekularen* Wasserstoff handeln (Wszolek 1995). Dessen häufiges Auftreten (“Abundanz”) wäre aus einer energieabsorbierenden Spaltung mittelschwerer Kerne durch hochenergetische kosmische Strahlung (sogenannte “Spallation”) zu erklären. An die Stelle der “primordialen Nukleosynthese” träte damit eine Art kosmischen Recyclings baryonischer Materie.

Literatur

- Fan, Xiahui; Strauss, Michael e.a. 2003. "The Sloan Digital Sky Survey Quasar Catalog II. First data release". [arXiv:astro-ph/0308443 v1, Aug 2003. Visited November 10, 2003.]
- Myers, Adam D.; Shanks, Thomas; Outram, Phillip J.; Frith, William J.; Wolfendale, Arnold W.. 2004. "Evidence for an extended SZ effect in WMAP data". To appear in *Monthly Notices Royal Astronomical Society*. [arXiv:astro-ph/0306180 v2, visited August 27, 2004]
- Overduin, J.M.; Wesson, P.S.. 2004. "Dark matter and background light." *Physics Reports* 402:267– 406.
- Perlmutter, S. ; Aldering G; Goldhaber G. e.a. 1999. "Measurement of Ω and Λ from 42 high-redshift supernovae." *Astrophysical Journal* 517:565–586.
- Scholz, Erhard. 2004a. "An outline of Weyl geometric models in cosmology." Preprint Wuppertal . [<http://arXiv.org/astro-ph/0403446>].
- Wszolek, Bogdan. 1995. "Observational limits on intergalactic matter." *Astrophysics and Space Science* 227:151–155. Reprint in A. Peratt (ed.) *Plasma Astrophysics and Cosmology*. The Second IEEE International Workshop, Princeton, New Jersey, May 10–12, 1993. Dordrecht etc.: Kluwer.