Prof. Dr. J. Ruppenthal
Sean Tilson, Ph.D.

Wuppertal, 12.11.2018

Einführung in die Topologie (WS 2018/19)

Übungsblatt 6

Aufgabe 1.

(a) Sei $f : X \to Y$ eine stetige Funktion. Zeigen Sie, dass für jeden Unterraum $M \subset X$ auch $f|_M : M \longrightarrow Y$ stetig ist.

(b) Zeigen Sie, dass es für $n > 0$ keine stetige injektive Abbildung $S^n \longrightarrow \mathbb{R}$ gibt.
(*Hinweis:* Man bedenke, dass $S^n \setminus \{pt\}$ zusammenhängend ist.)

Aufgabe 2.
Sei X ein topologischer Raum und $A \subset X$ eine zusammenhängende Teilmenge. Beweisen oder widerlegen Sie:

(a) Ist $B \subset A$, dann ist auch B zusammenhängend.

(b) Sind $B \subset A, C \subset A$ zusammenhängend, so ist auch $B \cap C$ zusammenhängend.

(c) Ist $A \subset B \subset \overline{A}$, dann ist auch B zusammenhängend.

Aufgabe 3.
Zeigen Sie, dass die Abbildung $\pi_0 : \underline{Top} \longrightarrow \underline{Set}$ ein Funktor ist.

Aufgabe 4.

(a) Sei X ein topologischer Raum und $A \subset X$ wegzusammenhängend. Ist dann auch $\mathring{A}$ wegzusammenhängend? (Beweis oder Gegenbeispiel)

(b) Zeigen Sie, dass für jeden Punkt $x \in X$ die Wegzusammenhangskomponente $[x]$ tatsächlich wegzusammenhängend ist, und sogar der maximale Unterraum mit dieser Eigenschaft, der x enthält.

Abgabe in der Vorlesung am 19.11.2018.