

Lernziele Analysis II

Kapitel 1 – Elemente der Topologie

1.1 Topologische Räume

- Sie wissen, was man unter normierten, metrischen und topologischen Räumen versteht.
- Sie kennen die grundlegenden topologischen Begriffe und können damit umgehen: offene/abgeschlossene Mengen, Umgebungen, Inneres, Abschluß, Rand, Cauchy-Folgen, Vollständigkeit, Häufungspunkte.
- Was sagt der Satz von Bolzano-Weierstraß?
- Alle Normen auf einem endlich-dimensionalen Vektorraum sind äquivalent.
- Was ist der Unterschied zwischen Häufungspunkten und Randpunkten?
- Wie kann man Offenheit/Abgeschlossenheit einer Menge über die Randpunkte charakterisieren?

1.2 Stetige Abbildungen

- Sie kennen die verschiedenen Charakterisierungen stetiger Abbildungen (über Umgebungen/offene Mengen, ϵ - δ -Kriterium, Folgenkriterium) und den Grenzwertbegriff.
- Sie können Abbildungen auf Stetigkeit untersuchen (Stichwort: Rechenregeln).

1.3 Kompaktheit

- Sie können die Begriffe "kompakt", "folgenkompakt" und "abgeschlossen & beschränkt" unterscheiden.
- Für Teilmengen des \mathbb{R}^n sind sie äquivalent!
- Stetige Abbildungen bilden kompakte Mengen auf kompakte Mengen ab! Wie beweist man das?
- Welcher andere wichtige Satz folgt hieraus?
- Antwort: Stetige reellwertige Funktionen nehmen auf kompakten Mengen ein Maximum und ein Minimum an. Wie beweist man das?

1.4 Zusammenhang

- Sie können die Begriffe "zusammenhängend" und "wegzusammenhängend" unterscheiden.
- Wegzusammenhängende Mengen sind zusammenhängend.
- Eine Menge in \mathbb{R} ist genau dann zusammenhängend, wenn sie ein Intervall ist.
- Offene zusammenhängende Mengen sind auch wegzusammenhängend.
- Stetige Abbildungen bilden zusammenhängende auf zusammenhängende Mengen ab. Welcher wichtige Satz folgt daraus?
- Antwort: der Zwischenwertsatz. Wie beweist man das?