Bergische Universität Wuppertal
PD Dr. Jürgen Müller
M.Sc. Lucas Ruhstorfer

Bitte beachten Sie: Aufgabe 4 ist eine Präsenzaufgabe und wird **nicht korrigiert**.

Aufgabe 1
Man zeige: Es gibt genau dann eine Matrix in $\mathbb{R}^{n\times n}$ ohne Eigenwerte, wenn $n \in \mathbb{N}$ gerade ist.

Aufgabe 2
Man bestimme jeweils das charakteristische und das Minimalpolynom, sowie die Haupträume der folgenden Matrizen in $\mathbb{R}^{4\times 4}$, zusammen mit geeigneten Transformationsmatrizen. Welche der Matrizen sind diagonalisierbar?

a) $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$,

b) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.

Aufgabe 3
Es sei $A \in \mathbb{C}^{n\times n}$, für ein $n \in \mathbb{N}$, so dass $A^k = E_n$ für ein $k \in \mathbb{N}$. Man zeige: A ist diagonalisierbar.

Aufgabe 4 (0 Punkte)
Es seien $a_1, \ldots, a_4 \in \mathbb{R}$ und

$$A := \begin{pmatrix} a_1 & -a_2 & -a_3 & -a_4 \\ a_2 & a_1 & -a_4 & a_3 \\ a_3 & a_4 & a_1 & -a_2 \\ a_4 & -a_3 & a_2 & a_1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{4\times 4}.$$

a) Man zeige: Ist $[a_2, a_3, a_4] \neq [0, 0, 0]$, so gilt $\mu_A = X^2 - 2a_1X + (a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2) \in \mathbb{R}[X]$ und $\chi_A = \mu_A^2$.

b) Was passiert für $a_2 = a_3 = a_4 = 0$? Wann ist A diagonalisierbar?