Prof. Dr. Barbara Rüdiger
Bergische Universität Wuppertal, Abgabe 28.01.2016

Übungszettel VII -W-Theorie

Übung I:
Seien X un Y stochastisch unabhängige Zufallsvariabeln auf $(\Omega, \mathcal{F}, P)$. Seien $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ und $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ messbare Funktionen. Beweisen Sie, dass $f(X)$ und $g(Y)$ stochastisch unabhängig sind.

Übung II:
Seien F und G Verteilungsfunktionen. Beweisen Sie, dass $F \star G$ eine Verteilungsfunktion ist.

Übung III:
Sei X eine Zufallsvariabel auf $(\Omega, \mathcal{F}, P)$, welche die Werte 1 und -1 mit Wahrscheinlichkeit 1/2 annimmt. Sei $X_n := (-1)^n X$, und $S_n := \sum_{k=1}^n X_k$.

a) Untersuchen Sie die Konvergenz in Wahrscheinlichkeit P von S_n/n.

b) Untersuchen Sie die Konvergenz in Verteilung von S_n/n

Definition: Der "Median" einer Zufallsvariabel X, ist eine reelle Zahl α, für die gilt, dass $P(X \leq \alpha) \geq 1/2$ und $P(X \geq \alpha) \geq 1/2$

Übung IV:
Beweisen Sie, dass der "Median" einer Zufallsvariabel X immer existiert, aber nicht unbedingt eindeutig ist.

Übung V:
Herr Hemmerle beweist uns das von ihm am 21.01.2016 im Übungsblatt VI, Aufgabe IVb) benutzte Satz bzgl Konvergenz in Wahrscheinlichkeit