Prof. Dr. Barbara Rüdiger
Bergische Universität Wuppertal, Abgabe 26.11.2015

Übungszettel III -W-Theorie

Übung I:
Finden Sie 3 unterschiedliche bivariate Verteilungen dessen Marginalen die uniforme Verteilung auf [0,1] ist.

Übung II:
Sei $F(x, y)$ eine reellwertige Funktion für die gilt:

a) $F(x, y)$ ist in jedem Argument monoton wachsend

b) $F(x, y)$ ist in jedem Argument rechtsstetig

c) $F_1 : y \to \lim_{x\to\infty} F(x, y)$ ist eine Verteilungsfunktion, $F_2 : x \to \lim_{y\to\infty} F(x, y)$ ist eine Verteilungsfunktion

c) falls $a < b$, $c < d$ so ist $(F(b, d) - F(b, c)) - F(a, d) + F(a, c) \geq 0$

Beweisen Sie, dass es eindeutig ein W-Maśs μ auf $(\mathbf{R}, \mathcal{B}(\mathbf{R}))$ gibt, mit $(F(b, d) - F(b, c)) - F(a, d) + F(a, c)) = \mu((a, b] \times (c, d])$

Definition: Die Funktion F in Übung II wird "bivariate Verteilungsfunktion" genannt, und μ dessen " bivariate Verteilung".F_1 und F_2 sind die "Randverteilungsfunktionen".

Definition: Sei $F(x, y)$ eine bivariate Verteilungsfunktion, dessen Ranverteilungsfunktionen die Verteilungsfunktionen uniformer verteilten Zufallsvariabeln auf [0,1] sind. $F(x, y)$ ist eine "Copula"

Übung III:

a) Beschreiben Sie n (unabhängige) Würfe einer Münze durch einen Produkt -W- Raum.

b) Beschreiben Sie durch die Zylinder in a) das Ereignis, dass genau k -mal Kopf gefallen ist

c) Finden Sie die Verteilung von $B(n, 1/2)$ durch die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses in b)

Übung IV:

Sei $F(x, y)$ eine bivariate Verteilungsfunktion mit Randverteilungsfunktionen F_1 und F_2 die stetig und streng monoton wachsend sind. Beweisen Sie, dass $C(x, y) = F(F^{-1}(x), F^{-2}(y)$ eine Copula ist.

Bemerkungen:
Resultate ohne Berechnungen oder Begründung werden nicht anerkannt.