Wahrscheinlichkeitstheorie
Prof. Dr. Barbara Rüdiger
WS 2014/15

Blatt 9

Übung I:
Sei μ die Verteilung mit Verteilungsfunktion F.

a) Beweisen Sie, dass die Menge A_μ der Atome höchstens zählbar ist, und leer ist, falls F stetig ist.

b) Beweisen Sie an Hand des Stetigkeitsatzes, dass, $\mu(]a,b[) = \mu(]a,b])$, falls $a, b \notin A_\mu$

Übung II:
Sei $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ ein Wahrscheinlichkeitsraum, $A \in \mathcal{F}$, $P(A) > 0$

$$\begin{aligned} P(\cdot/A): \quad & \mathcal{F} && \to [0,1] \\ & B && \to P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \end{aligned}$$

.

a) Beweisen Sie, dass $P(\cdot/A)$ ein neues Wahrscheinlichkeitsmass auf $(\Omega, \mathcal{F})$ ist, und erkläeren Sie, warum die Definition "bedingte Wahrscheinlichkeit" sich eignet um dieses zu bezeichnen.

b) Beschreiben Sie $(A, \mathcal{F}_A, P(\cdot/A)$

Übung III: Seien a, b reelle Zahlen, $b > 0$. Beweisen Sie: falls eine Folge von Zufallsvariabeln $\{X_n\}_{n \in N}$ in Verteilung zu einer Zufallsvariabel mit Verteilungsfunktion F konvergiert, $\{Y_n\}_{n \in N}$ in Verteilung zu einer Zufallsvariabel mit Verteilung δ_a, und $\{Z_n\}_{n \in N}$ in Verteilung zu einer Zufallsvariabel mit Verteilung δ_b konvergiert, dann konvergiert $(X_n + Y_n)Z_n$ in Verteilung zu einer Zufallsvariable mit Verteilung $G(x) := F(\frac{x}{b} - a)$. (Theorem 4.4.8 "A course in probability theory" by Kai Lai Chung)

Übung IV: Beweisen Sie den Satz von Borel -Cantelli für paarweise stochastische unabhängige Ereignisse (Theorem 4.3.2 "A course in probability theory" by Kai Lai Chung)