Wahrscheinlichkeitstheorie
Prof. Dr. Barbara Rüdiger
WS 2014/15

Blatt 5

Übung I:
Sei X eine reellwertige Zufallsvariabel.

a) Beweisen Sie, dass $X_+ = max(0, X)$ und $X_- = min(0, X)$ Zufallsvariabeln sind. .

b) Beweisen Sie, dass $E[|X|] < \infty$ falls und nur falls $E[|X_+|] < \infty$ und $E[|X_-|] < \infty$.

c) Sei Y eine weitere reelwertige Zufallsvariabel, die auf dem gleichem Wahrscheinlichkeitsraum definiert ist. Beweisen Sie, dass $X + Y$ eine Zufallsvariable ist

Übung II:
Sei $x_n = \frac{1}{n}$, $n \in Z$.

a) Finden Sie eine Folge $\{c_n\}$ von unterschiedlichen reellen Zahlen, für die gilt: $\mu := \sum_n c_n \delta_{x_n}$ ist eine Verteilung mit nicht definierten Erwartungswert .

b) Sei X eine Zufallsvariable mit μ als Verteilung. Finden Sie eine Funktion ϕ, so dass der Erwartungswert von $\phi(X)$ existiert und berechnen Sie diesen.

Übung III: Sei X eine Zufallsvariable mit Verteilungsfunktion F die streng monoton und stetig ist. Beweisen Sie, dass $F(X)$ uniform verteilt ist.

Übung IV:

Beweisen Sie, dass für zwei unkorrelierte Zufallsvariabeln X und Y, mit $E[X^2]$, $E[Y^2]$ definiert, $Var(X + Y) = Var(x) + Var(Y)$.

Übung VI:

a) Berechnen Sie den Erwartungswert einer Binomialverteilung $B(p, n)$, indem Sie die Linearität des Erwartungswert benutzen.

b) Berechnen Sie die Varianz von $B(p, n)$.

c) Finden Sie 2 unterschiedliche Zufallsvariabeln die als Verteilung die Binomialverteilung haben.

Übung VII:
Beweisen Sie, dass zu jeder Verteilung μ mindestens eine Zufallsvariabel existiert, welche diese als Verteilung hat