Wahrscheinlichkeitstheorie
Prof. Dr. Barbara Rüdiger
WS 2014/15

Blatt 4

Übung I:

Sei $c_n = \frac{1}{2^n}$. Finden Sie eine Konstante c und eine Folge $\{x_n\}$ von unterschiedlichen reellen Zahlen, für die gilt:

a) $\mu := \sum_n \frac{1}{c2^n}\delta_{x_n}$ ist eine Verteilung; .

b) Der Erwartungswert von μ existiert und ist ungleich 0;

c) Der Erwartungswert von μ existiert und ist $= 0$;

d) Der Erwartungswert von μ ist ∞

Übung II:

Sei X eine Zufallsvariable mit μ in Übung 1d) als Verteilung.

a) Skizzieren Sie die Verteilungsfunktion von X.

b) Finden Sie eine Funktion ϕ, so dass der Erwartungswert und Varianz von $\phi(X)$ exisitieren und berechnen Sie diese.

Übung III:

Finden Sie zwei Zufallsvariabel X und Y, die nicht stochastisch unabhängig sind, aber unkorreliert.

Übung IV*:

Seien X und Y reelwertige Zufallsvariablen, und $1 < p < \infty$, $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$.

a) Beweisen Sie die Hölder Ungleichung

$$E[|XY|] \leq (E[|X|^p])^{\frac{1}{p}} \, (E[|Y|^q])^{\frac{1}{q}}$$

b) Beweisen Sie die Minkowski Ungleichung

$$E[|X+Y|] \leq (E[|X|^p])^{\frac{1}{p}} + (E[|Y|^q])^{\frac{1}{q}}$$