Wahrscheinlichkeitstheorie
Prof. Dr. Barbara Rüdiger
WS 2014/15

Blatt 2

Übung I:

Sei $\mathbf{S} = \{]a, b] : a \leq b\}$

$$\mathbf{R} = \{U_{h1}^{\ n} A_h : A_h \in \mathbf{S}\}$$

Beweisen Sie, dass R ein Ring ist.

Übung II:

Sei $\widehat{\mathbf{S}}_d = \{[a, b] : a \leq b\}$
Beweisen Sie , dass $\mathbf{B}(\mathbf{R}^d) = \sigma(\widehat{\mathbf{S}}_d)$

Übung III:

Gegeben $x \in \mathbf{R}^d$

$$\delta_x(A) = \begin{cases} 1 & x \in A \\ 0 & x \notin A \end{cases}$$

ist die δ-Verteilung auf $\mathbf{B}(\mathbf{R}^d)$

Gegeben sei die Spur-σ-Algebra $\mathbf{B}_{\{x\}}(\mathbf{R}^d)$ von $\mathbf{B}(\mathbf{R}^d)$ auf der Menge $\{x\}$.

Beschreiben Sie das W-Maß, $\delta_{x^*}|_{B_{\{x\}}}$ auf $(\mathbf{R}^d, \mathbf{B}_{\{x\}}(\mathbf{R}^d))$ mit $\delta_x^*|_{B\{x\}}\ (A) = \delta_x(A)$ für $A \in \mathbf{B}_{\{x\}}(\mathbf{R}^d)$

Übung IV:

a) Beweisen Sie, dass jede Gerade Element von $\mathbf{B}(\mathbf{R}^2)$ ist.

b) Beweisen Sie, dass ein Kreis Element von $\mathbf{B}(\mathbf{R}^2)$ ist.

Übung V:

Beweisen Sie $\mathbf{B}(\mathbf{R}^d) = \sigma_n(\mathbf{R}_d)$ für $d = 1$.

Übung VI:

Beweisen Sie, dass alle offenen und geschlossenen Mengen (in der üblichen Metrik von $\mathbf{R}^d$) zur Borelschen σ-Algebra gehören.

Übung VII:

Sei $x_n \in \mathbf{R}$, $c_n \in \mathbf{R}_+ = \{x : x > 0\}$ $n \in \mathbf{N}$

a) Definieren Sie c_n so, dass $P = \Sigma_n \; c_n \; \delta_{x_n}$ eine Verteilung ist.

b) Skizieren Sie zu a) die Verteilungsfunktion von P.