Wahrscheinlichkeitstheorie
Prof. Dr. Barbara Rüdiger
WS 2014/15

Blatt 11

Übung I:
Berechnen Sie die charakteristische Funktion von .

a) einer Gauß-Verteilung $\mathcal{N}(a, D)$,

b) der Verteilung $\mathcal{X}$ (Chi -Quadrat),

c) der Exponentialverteilung mit Parameter λ,

d) der Binomialverteilung $B(n, p)$

Übung II:
Ein fairer Würfel wird zählbar unendlich oft geworfen. Beweisen Sie,

a) dass die Wahrscheinlichkeit, dass nie die 1 fällt, Null ist

b) dass die Wahrscheinlichkeit, dass ab einem bestimmten Wurf nie die 1 fällt, Null ist.

Übung III: Sei $1 \leq p < \infty$ fixiert. Sei $X_n \in L^p := L^p(\Omega, \mathcal{F}, P)$, $n \in \mathbb{N}$, und konvergiere die Folge $\{X_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ in Wahrscheinlichkeit zur Zufallsvariabel X. Beweisen Sie $X_n \to X$ in L^p falls und nur falls $\lim_{n\to\infty} E[|X_n|^p] = E[|X|^p]$. (Theorem 4.5.4 Kai Lai Chung- "A course in probability theory")

Übung IV: Sei $\{X_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ eine Folge von gleich verteilten unkorrelierten Zufallsvariabeln mit $E[X_1] = 0$ und $E[|X_1|^2 < \infty$. Sei $S_n = \sum_1^n X_k$. Beweisen Sie (Theorem 5.1.2. Kai Lai Chung- "A course in probability theory"),

a) an Hand von Chebychev Ungleichung und Borel -Cantelli Satz, dass $\frac{S_{n^2}}{n^2} \to 0$ P-f.s.

b) dass $\frac{S_n}{n} \to 0$ P-f.s.