



Dr. Peng Jin
M.Sc. Brice Hakwa

Übungen zur Finanzmathematik (WS 2014/15)

Blatt 12

08.01.2015

Im Folgenden betrachten wir stets ein Black-Scholes-Modell $(\mathbb{T}, (\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P}), S^0, S^1)$ mit $S_t^0 \equiv e^{rt}$ und $S_t^1 = s \cdot e^{\mu t} \cdot e^{\sigma W_t - \frac{\sigma^2}{2}t}$, $t \in \mathbb{T}$.

Aufgabe 1: (4Pts)

Seien $(\mathcal{F}_t)_{t \in \mathbb{T}}$ die natürliche Filtration des Wienerprozesses $W = (W_t)_{t \in \mathbb{T}}$ und $\underline{S}_t := \frac{S_t^1}{S_t^0} = e^{-rt} \cdot S_t^1$, $t \in \mathbb{T}$. Zeigen Sie:

- (1) $(\underline{S}_t)_{t \in \mathbb{T}}$ ist \mathbb{P} -Martingal bzgl. $(\mathcal{F}_t)_{t \in \mathbb{T}} \Leftrightarrow \mu = r$,
- (2) $(\underline{S}_t)_{t \in \mathbb{T}}$ ist \mathbb{P} -Sub-Martingal bzgl. $(\mathcal{F}_t)_{t \in \mathbb{T}} \Leftrightarrow \mu \geq r$.

Aufgabe 2: (4Pts)

Sei C eine europäische Call-Option mit dem Underlying S^1 , Ausübungspreis 85€ und Ausübungszeitpunkt $T = 1$. Bestimmen Sie den Preis von C , wenn $\mu = 0.13$, $\sigma = 0.37$, $r = 0.03$ und $s = 60$ €.

Aufgabe 3: (4Pts)

Sei C bzw. P eine europäische Call - bzw. Put-Option mit dem Underlying S^1 , Strike K und Ausübungszeitpunkt T . Zeigen Sie die Put-Call-Parität:

$$c_0(C) - c_0(P) = s - e^{-rT} \cdot K,$$

wobei $c_0(C)$ bzw. $c_0(P)$ den Preis von C bzw. P (zum Zeitpunkt $t = 0$) bezeichnet.

Aufgabe 4: (4Pts)

Sei P eine europäische Put-Option mit dem Underlying S^1 , Ausübungspreis 100€ und Ausübungszeitpunkt $T = 1$. Bestimmen Sie den Preis von P , wenn $\mu = 0.2$, $\sigma = 0.5$, $r = 0.02$ und $s = 95$ €.

Abgabe: bis 15.01.15, 10:00 Uhr, in Zimmer G.16.03