Bergische Universität Wuppertal
Fachbereich Mathematik und Naturwissenschaften
Angewandte Mathematik - Stochastik

Dr. Peng Jin
M.Sc. Brice Hakwa

Übungen zur Finanzmathematik (WS 2014/15)

Blatt 11 18.12.2014

Aufgabe 1: (4Pts)
Gegeben sei ein CRR-Modell $(n, \mathbb{T}, \left(\Omega, \mathcal{F}, (\mathcal{F}_t)_{t=0,\ldots,n}, \mathbb{P}\right), S^0, S^1)$ mit den Parametern $n = 2,\ r = 0.1,\ s = 100,\ u = 2,\ d = 0.5$, wobei S^0 dem Preisprozess einer Anleihe A und S^1 dem Preisprozess einer Aktie B entspricht. Sei C eine europäische Call-Option mit dem Underlying B, Ausübungspreis 80 und Ausübungszeitpunkt n.

(1) Berechnen Sie mithilfe des Binomial-Algorithmus den Preis V_0^C von C .
(2) Finden Sie eine replizierende Handelstrategie für das Auszahlungsprofil von C.
(3) Angenommen, dass C falsh bewertet wird und (zum Zeitpunkt 0) $V_0^C + 1$ kostet. Finden Sie eine Arbitrage für den Markt aus A, B und C.

Aufgabe 2: (4Pts)
Gegeben sei ein CRR-Modell $(n, \mathbb{T}, \left(\Omega, \mathcal{F}, (\mathcal{F}_t)_{t=0,\ldots,n}, \mathbb{P}\right), S^0, S^1)$ mit den Parametern $n = 2,\ r = 0.1,\ s = 100,\ u = 2,\ d = 0.5$, wobei S^0 dem Preisprozess einer Anleihe A und S^1 dem Preisprozess einer Aktie B entspricht. Sei C ein europäisches Auszahlungsprofil und $C =: max\left(S_0^1, S_1^1, S_2^1\right)$.

(1) Berechnen Sie mithilfe des Binomial-Algorithmus den Preis V_0^C von C .
(2) Finden Sie eine replizierende Handelstrategie für C.
(3) Angenommen, dass C falsh bewertet wird und (zum Zeitpunkt 0) $V_0^C - 2$ kostet. Finden Sie eine Arbitrage für den Markt aus A, B und C.

Aufgabe 3: (4Pts)
Sei $(W_t)_{t\in\mathbb{T}}$ mit $\mathbb{T} = [0, T]$ ein Wienerprozess. Zeigen sie, dass

(1) $(-W_t)_{t\in\mathbb{T}}$ ein Wienerprozess ist.
(2) $\left(c \cdot W_{\frac{t}{c^2}}\right)_{t\in\tilde{T}}$ mit $\tilde{T} = \left[0, c^2 \cdot T\right]$ ein Wienerprozess für alle $c > 0$ ist.
(3) $(W_{t+c} - W_c)_{t\in\tilde{T}}$ mit $\tilde{T} = [0, T - c]$ ein Wienerprozess für alle $c \in [0, T[$ ist.

Aufgabe 4: (4Pts)
Sei $(W_t)_{t\in\mathbb{T}}$ mit $\mathbb{T} = [0, T]$ ein Wienerprozess über einem W-raum $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ und $(\mathcal{F}_t)_{t\in\mathbb{T}}$ die dazugehörige natürliche Filtration, d.h. $\mathcal{F}_t = \sigma\left(W_s, s \in [0, t]\right)$.
Zeigen Sie, dass $(W_t)_{t\in\mathbb{T}}$ ein Martingal bezüglich $(\mathcal{F}_t)_{t\in\mathbb{T}}$ ist.

Abgabe: bis 08.01.15, 10:00 Uhr, in Zimmer G.16.03