Bergische Universität Wuppertal
Fachbereich Mathematik und Naturwissenschaften
Angewandte Mathematik - Stochastik

Dr. Peng Jin
M.Sc. Brice Hakwa

Übungen zur Finanzmathematik (WS 2014/15)

Blatt 10 | 11.12.2014

Aufgabe 1: (4Pts)
Gegeben sei ein Binomialmodell $(n, \mathbb{T}, \left(\Omega, \mathcal{F}, (\mathcal{F}_t)_{t=0,\dots,n}, \mathbb{P}\right), S^0, S^1)$ mit den Parametern $n = 2,\ r = 0.1,\ s = 100,\ u = 1.2,\ d = 0.8$, wobei S^0 dem Preisprozess einer Anleihe A und S^1 dem Preisprozess einer Aktie B entspricht. Sei C eine europäische Call-Option mit dem Underlying B, Ausübungspreis 105 und Ausübungszeitpunkt n. Bestimmen Sie den Preis V_0^C von C.

Aufgabe 2: (4Pts)
Gegeben sei ein Binomialmodell $(n, \mathbb{T}, \left(\Omega, \mathcal{F}, (\mathcal{F}_t)_{t=0,\dots,n}, \mathbb{P}\right), S^0, S^1)$ mit den Parametern $n = 2,\ r = 0.2,\ s = 100,\ u = 1.5,\ d = 0.6$, wobei S^0 dem Preisprozess einer Anleihe A und S^1 dem Preisprozess einer Aktie B entspricht. Sei P eine europäische Put-Option mit dem Underlying B, Ausübungspreis 102 und Ausübungszeitpunkt n. Bestimmen Sie den Preis V_0^P von P.

Aufgabe 3: (4Pts)
Gegeben sei ein arbitragefreies CRR-Modell $(n, \mathbb{T}, \left(\Omega, \mathcal{F}, (\mathcal{F}_t)_{t=0,\dots,n}, \mathbb{P}\right), S^0, S^1)$ mit den parametern n, r, s, u und d, wobei S^0 dem Preisprozess einer Anleihe A und S^1 dem Preisprozess einer Aktie B entspricht. Zeigen Sie die Put-Call-Parität:

$$C_t - P_t = S_t^1 - K \cdot (1+r)^{-(n-t)}, \quad t = 0, \dots. n,$$

wobei $(P_t)_{t=0,\dots,n}$ bzw. $(C_t)_{t=0,\dots,n}$ dem Preisprozess einer europäischen Put-, bzw. Call-Option mit Strike K, Underlying B und Ausübungszeitpunkt n entspricht.

Aufgabe 4: (4Pts)
Gegeben sei ein arbitragefreies CRR-Modell $(n, \mathbb{T}, \left(\Omega, \mathcal{F}, (\mathcal{F}_t)_{t=0,\ldots,n}, \mathbb{P}\right), S^0, S^1)$ mit den parametern n, r, s, u und d, wobei S^0 dem Preisprozess einer Anleihe A und S^1 dem Preisprozess einer Aktie B entspricht. Sei C eine europaische Call-Option mit underlying B, Strike K und Ausübungszeitpunkt n. Sei V_0^C der Preis der Call-Option C. Zeigen Sie:

$$V_0^C = (1+r)^{-n} \sum_{j=0}^{n} \binom{n}{j} q_u^j \cdot q_d^{n-j} \cdot \left(s \cdot u^j \cdot d^{n-j} - K\right)^+ ,$$

wobei q_u und q_d risikoneutrale Wahrscheinlichkeiten sind.

<u>Abgabe</u>: bis 18.12.14, 10:00 Uhr, in Zimmer G.16.03