Bergische Universität Wuppertal
Fachbereich C, Mathematik/Stochastik
Prof. Dr. Barbara Rüdiger **WS 2010/2011**

Nachklausur Wahrscheinlichkeitstheorie

I. Sei

$$X_k = k^2 \mathbf{1}_{[0; \frac{1}{k^4}]}$$

Untersuchen Sie $\{X_k\}_{k \in \mathbf{N}}$ nach der Konvergenz:

a) P - f. s. [3 Punkte]

b) in L^p für $p = 1, 2, 3, \dots$ [3 Punkte]

c) in Wahrscheinlichkeit [3 Punkte]

für den Fall, wo der Definitionsraum

1) $(\Omega, \mathcal{F}, P) = ([0,1], B([0,1]), \mu_{\cup}^{[0,1]})$ wobei $\mu_{\cup}^{[0,1]}$ die uniforme Verteilung auf $[0,1]$ ist.
2) $(\Omega, \mathcal{F}, P) = ([0,1], B([0,1]), \delta_{\{0\}})$

II. Erklären Sie ob $F(y) = (1 + e^{-y})^{-1}$ eine Verteilungsfunktion ist. Beweisen Sie Ihre Aussage. [2 Punkte]

III. Beweisen Sie: Sei $\mathcal{F}$ eine σ-Algebra auf Ω. Sei $A \subset \Omega$. Dann ist

$$\mathcal{F}_A \equiv \{B = A \cap C : C \in \mathcal{F}\}$$

eine σ-Algebra auf A [3 Punkte]

IV. Beweisen Sie an Hand eines Gegenbeispiels, dass nicht jede Verteilung eine Dichte hat. [4 Punkte]

V Berechnen Sie den Erwartungswert einer Zufallsvariablen die uniform auf $I = [0,2]$ verteilt ist. [2 Punkte]

(Es genügt nicht das Resultat zu zeigen, es soll auch bewiesen werden).

VI Finden Sie eine Zufallsvariable mit der Eigenschaft $E[X^2] < \infty$, und $E[X^3] = \infty$ [4 Punkte]

VII. Seien X_1 und X_2 stochastisch unabhängig und Poisson verteilt mit Parameter 2. Berechnen Sie $E[e^{-(X_1+X_2)}]$ [2 Punkte]

Maximale Punktzahl 26. Sie bekommen eine eins, falls Sie 24 Punkte erreichen. Zeit: Zwei Stunden