Bergische Universität Wuppertal
Fachbereich C, Mathematik/Stochastik
Prof. Dr. Barbara Rüdiger **WS 2010/2011**

Klausur Wahrscheinlichkeitstheorie

I. Sei

$$X_k = k\mathbf{1}_{]1-\frac{1}{k^2};1]}$$

Untersuchen Sie $\{X_k\}_{k\in\mathbf{N}}$ nach der Konvergenz:

a) P - f. s. [3 Punkte]

b) in L^p für $p = 1, 2, 3, \ldots$ [3 Punkte]

c) in Wahrscheinlichkeit [3 Punkte]

für den Fall, wo der Definitionsraum

1) $(\Omega, \mathcal{F}, P) = ([0,1], B([0,1]), \mu_{\cup}^{[0,1]})$ wobei $\mu_{\cup}^{[0,1]}$ die uniforme Verteilung auf $[0,1]$ ist.
2) $(\Omega, \mathcal{F}, P) = ([0,1], B([0,1]), \delta_{\{1\}})$

II. Sei $\mu_n = \sum_{k=1}^{n} x_k \delta_k$

a) Wählen Sie die Koeffizienten $x_k, k \in \{1, \ldots n\}$ so, dass μ_n eine Verteilung ist. [2 Punkte]

b) Zeichnen Sie die Verteilungsfunktion zu μ_n, mit $n = 3$ [2 Punkte]

c) Bestimmen Sie einen W-Raum $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ und eine Zufallsvariabel X_n auf $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ mit Verteilung μ_n. [2 Punkte]

d) Berechnen Sie $Var(X_n)$ fuer $n = 3$. [2 Punkte]

III. Beweisen Sie: Sei μ eine Verteilung mit Dichte, dann gilt $\mu(Q) = 0$

[4 Punkte]

IV. Berechnen Sie den Erwartungswert einer Zufallsvariabel, die exponential verteilt ist mit Parameter 2.

(Es genügt nicht das Resultat zu zeigen, es soll auch bewiesen werden).

[2 Punkte]

V. Finden Sie eine Zufallsvariabel mit der Eigenschaft $E[X] = 0$, und $E[X^2] = \infty$ [4 Punkte]

VI. Seien X_1 und X_2 stochastisch unabhängig und exponential verteilt mit Parameter 2. Berechnen Sie $E[e^{-(X_1+X_2)}]$ [2 Punkte]

Maximale Punktzahl 29 Punkte, Sie bekommen eine eins wenn Sie 25 Punkte erreichen. Zeit: Zwei Stunden