Einführung in die Stochastik
Prof. Dr. Barbara Rüdiger
WS 2010/11

Übung 8

I. Berechnen Sie den Erwartungswert der diskreten uniformen Verteilung auf $\{1, \dots, n\} = \Omega$ d. h. von X mit $\mu_X(k) = \frac{1}{n} \qquad \forall k \in \Omega$

II. Sei $X \sim G(p)$

Beweisen Sie:

$$E[X(X-1)^2] = \frac{2p^2}{(1-p)^2}$$

III. Sei X Poisson verteilt mit Parameter $1 > 0$. Beweisen Sie $E[X(X-1)^2] = \lambda^2$

IV. Sei X_n Poisson verteilt mit Parameter $\lambda_n = \frac{1}{n}$.

a) Beweisen Sie:

$$X_n - \frac{1}{n} \qquad \underset{n \to \infty}{\overset{P}{\longrightarrow}} 0$$

b) Wie groß soll n mindestens sein, damit mit Wahrscheinlichkeit kleiner als $\delta = 0,01$ der Betrag $|X_n - \frac{1}{n}|$ größer als $\epsilon = 0,01$ ist?

V. Sei $g : \mathbf{R}_+^0 \to \mathbf{R}_+^0$ streng monoton steigend. Sei X eine Zufallsvariabel auf $(\Omega, 2^\Omega, p)$.
Beweisen Sie:

$$P(|X| \geq \epsilon) \leq E\Big[\frac{g(|X|)}{g(\epsilon)}\Big] \qquad \forall \epsilon > 0$$

VI. Ein Würfel wird immer wieder geworfen. Beweisen Sie, dass mit Wahrscheinlichkeit 1 die Nummer 3 immer wieder vorkommen wird.