

**Einführung in die Stochastik**  
**Prof. Dr. Barbara Rüdiger**  
**WS 2010/11**

**Übung 7**

I. Sei  $p \in (0, 1)$ . eine Münze mit  $P\{K\} = p, P\{Z\} = 1 - p$  wird  $n$ -mal geworfen. Sei  $X$  die Zufallsvariable, die den Wert  $k$  hat, falls  $K$  zum ersten Mal beim  $k$ -ten Wurf vorkommt.

a) Geben Sie die Verteilung  $\mu_X$  von  $X$  an.

b) Berechnen Sie  $E[X]$  und  $\text{Var}(X)$

Def.:

$\mu_X$  in Übung I ist die geometrische Verteilung mit Parameter  $p$ .

Wir schreiben  $X \sim G(p)$

Bemerkung:

$G(p)$  hängt nicht von  $n$  ab.

II. Sei  $X \sim G(p)$ .

Beweisen Sie

$$P(X > i + j / X > i) = P(X > j)$$

III. Finden Sie ein Beispiel einer Zufallsvariable mit  $E[X] = 0$  und  $\text{Var}(X) = \infty$

IV. Finden Sie ein Beispiel zweier Zufallsvariablen  $X, Y$  mit  $\text{Var}(X + Y) \neq \text{Var}(X) + \text{Var}(Y)$ .

V. Finden Sie ein Beispiel von Folgen von Zufallsvariablen  $\{X_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ , die in Wahrscheinlichkeit nach 0 konvergiert aber nicht  $P$ -fast sicher.

VI. Sei  $X_n \sim B(n, p)$ , d. h.  $X_n$  ist binomial verteilt mit Parameter  $(n, p)$   
Beweisen Sie  $\forall \epsilon > 0 \quad \lim_{n \rightarrow \infty} P(\{|X_n - np| \leq n\epsilon\}) = 1$