Einführung in die Stochastik
Prof. Dr. Barbara Rüdiger
WS 2010/11

Übung 3

I Sei $(\Omega, 2^{\Omega}, P)$ ein W-Raum, und A ein Elementarereignis.

1) Sei

$$\delta_A \begin{array}{ccc} 2^{\Omega} & \to & [0,1] \\ B & \to & \delta_A(B) \end{array}$$

mit

$$\delta_A(B) = \begin{cases} 1 & \text{falls} \quad A \subseteq B \\ 0 & \text{falls} \quad A \not\subseteq B \end{cases}$$

Beweisen Sie, dass δ_A eine Wahrscheinlichkeit auf $(\Omega, 2^{\Omega})$ ist.
Def.: δ_A nennt man die "Delta-Verteilung" auf A.

2) Seien $a_1, \ldots a_n \in \mathbf{R}; A_1, \ldots A_n$ Elementarereignisse.
Sei

$$a_1\delta_A, + \ldots + a_n\delta_{A_n} : \begin{array}{ccc} 2^{\Omega} & \to & [0,1] \\ B & \to & a_1\delta_{A_1}(B) + \ldots + a_n\delta_{A_n}(B) \end{array}$$

Wählen Sie $a_1, \ldots a_n$ so, dass es unterschiedliche reelle Zahlen sind und $a_1\delta_{A_1} + \ldots + a_n\delta_{A_n}$ eine Wahrscheinlichkeit auf $(\Omega, 2^{\Omega})$ ist.

II In einem Dorf mit 200 Einwohnern sind 25 % mit einer sehr ansteckenden Krankheit infiziert. Ein Fremder kommt ins Dorf und hat mit fünf Einwohnern sehr engen Kontakt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat sich der Fremde danach mit dieser Krankheit angesteckt?

III Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Summe zweier fairer Würfel 5 ist.

Bem.:
In Übung II wird angenommen, dass man sich bei sehr engem Kontakt sofort infiziert.