Prof. Dr. Barbara Rüdiger
Bergische Universität Wuppertal, Abgabe 29.06.2016

Übungszettel V Risikotheorie

Übung I:

Beweisen Sie, dass für jede n-dim Copula $C(u_1, ...u_n)$ gilt,

$$C(u_1, ...u_n) \geq max(u_1 + ... + u_n - n + 1, 0)$$

Übung II:

a) Finden Sie zwei unterschiedliche 2-dim Zufallsvektoren (X, Y) und (X_2, Y_2), welche $W_2(u, v) := max(u + v - 1, 0)$ als Copula haben. (Bemerkung: hier sind wirklich die Zufallsvektoren gemeint, nicht nur dessen 2-dim Verteilungsfuntionen).

b) Beweisen Sie, dass $W_n(u_1, ...u_n) := max(u_1 + ... + u_n - n + 1, 0)$ keine Copula ist, falls $n > 2$

Übung III:

Seien (X, Y) ein 2- dim Zufallsvektor mit invertierbaren marginale Verteilungsfunktionen.

a) Beweisen Sie, dass falls $\alpha : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine streng monoton wachsende Funktion und $\beta : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine streng monoton sinkende Funtionen ist, die invertierbar sind, dann gilt:

$$C_{\alpha(X),\beta(Y))}(u, v) = u - C_{(X,Y)}(u, 1 - v)$$

b) Beweisen Sie, dass falls $\alpha : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ und $\beta : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ streng monoton sinkende Funtionen sind,die invertierbar sind, dann gilt:

$$C_{\alpha(X),\beta(Y))}(u, v) = u + v - 1 - C_{(X,Y)}(1 - u, 1 - v)$$

Bemerkungen:
Resultate ohne Berechnungen oder Begründung werden nicht anerkannt.