



Prof. Dr. Barbara Rüdiger
M.Sc. Brice Hakwa

Übungen zu Risikotheorie (SS 2014)

Blatt 6

Abgabe bis: 15.07.14 18h15

Aufgabe 1: [Satz von Sklar] (4 Pts.)

Beweisen sie den folgenden Satz.

Sei $F(x, y)$ eine 2-dim Verteilungsfunktion dann existiert eine 2-dim Copula, so dass

$$F(x, y) = C(F_1(x), F_2(y))$$

wobei $F_1(x), F_2(y)$ die Randverteilungsfunktionen sind.

Aufgabe 2: (4 Pts.)

Finden Sie die 2-dim Verteilungsfunktion von (X, Y) mit $X \sim Y \sim N(0, 1)$ dessen Copula

- die Komonotonie-Copula
- die Kontramonotonie-Copula

ist.

Aufgabe 3: (4 Pts.)

Definition 1 (Gumbel Copula). Die Gumbel Copula mit Parameter $\theta \in [1; \infty)$ (fixiert) ist gegeben durch

$$C_{\theta}^{Gu}(x, y) = \exp \left[- \left((-\ln x)^{\theta} + (-\ln y)^{\theta} \right)^{\frac{1}{\theta}} \right]$$

1. Beweisen Sie dass C_{θ}^{Gu} tatsächlich ein Copula ist.
2. Finden sie die untere Tail-Abhängigkeitskoeffizient von C_{θ}^{Gu}

3. Finden sie die obere Tail-Abhängigkeitskoeffizient von C_{θ}^{Gu}

Aufgabe 4: (4 Pts.)

Sei $(X, Y) \sim N_2(0, \Sigma)$ sei bivariat normalverteilt mit Erwartungswertvektor $\mu = 0$ und Kovarianzmatrix

$$\Sigma = \begin{pmatrix} 1 & \rho \\ \rho & 1 \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie

- a) $P(X > VaR_X(\alpha) | Y > VaR_Y(\beta))$
- b) $P(e^X > VaR_{e^X}(\alpha) | e^Y > VaR_{e^Y}(\beta))$

Aufgabe 5: (4 Pts.)

- a) Finden Sie 3 unterschiedliche 2-dim Verteilungsfunktionen $F(x, y)$ dessen Randverteilungen $F_1(x)$ und $F_2(x)$ die Exponentialverteilung mit parameter $\lambda = 1$ ist, und die Pareto- Verteilung mit Parameter $x_0 = 1$ und $a = 1$ ist.
- b) Für alle Verteilungen in a), finden Sie die unteren und oberen Tail-Abhängigkeitskoeffizient.