Bergische Universität Wuppertal
Fachbereich Mathematik und Natur Wissenschaft
Angewandte Mathematik-Stochastik
Univ. Prof. Dr. Barbara Rüdiger-Mastandrea

Prof. Dr. Barbara Rüdiger
M.Sc. Brice Hakwa

Übungen zu Risikotheorie (SS 2014)

Blatt 1

Abgabe bis: 06.05.14 18h in Raum G16.03

Aufgabe 1: (4 Pts.)
Sei $(\Omega, \mathscr{F})$ ein Messraum. Es sei ein $P : \mathscr{F} \mapsto [0;1]$ gegeben mit

- $P(\Omega) = 1$,
- P ist additiv,
- Es gelten die Monotonie-Eigenschaften.

Zeigen Sie, dass P ein Wahrscheinlichkeitsmaß ist.

Aufgabe 2: (4 Pts.)
Sei Ω eine Menge und $\mathscr{F}$ eine σ-Algebra auf Ω. Sei $A \subseteq \Omega$.
Beweisen Sie, dass $\mathscr{F}_A := \{C = A \cap B,\ B \in \mathscr{F}\}$ eine σ-Algebra auf A ist.

Aufgabe 3: (4 Pts.)
Sei $a_i < b_i \quad \forall i = 1, \ldots, d$. Es seien

- $S_d := \{]a_1, b_1] \times \cdots \times]a_d, b_d]\} \cup \{\emptyset\}$
- $\hat{S}_d := \{[a_1, b_1[\times \cdots \times [a_d, b_d[\} \cup \{\emptyset\}$
- $\bar{S}_d := \{[a_1, b_1] \times \cdots \times [a_d, b_d]\} \cup \{\emptyset\}$
- $\tilde{S}_d := \{]a_1, b_1[\times \cdots \times]a_d, b_d[\} \cup \{\emptyset\}$

Beweisen Sies dass, $\sigma\{S_d\} = \sigma\{\hat{S}_d\} = \sigma\{\bar{S}_d\} = \sigma\{\tilde{S}_d\}$

Aufgabe 4: (4 Pts.)
Beweisen Sie, dass

1. $\{x\} \in \mathscr{B}(\mathbb{R}), \quad x \in \mathbb{R}$
2. $\{(x,y) = y = ax+b : \; a,b \in \mathbb{R}\} \in \mathbb{R}^2$

gilt.

Aufgabe 5: (4 Pts.)
Sei P ein Wahrscheinlichkeitsmaß auf $(\Omega, \mathscr{F})$ und sei $A \in \mathscr{F}$ mit $P(A) > 0$.
Zeigen Sie, dass die bedingte Wahrscheinlichkeit $P(\cdot|A)$ ein Wahrscheinlichkeitsmaß auf $(\Omega, \mathscr{F})$ ist.