



Prof. Dr. Barbara Rüdiger
M.Sc. Brice Hakwa

Übungen zu Risikotheorie (SS 2014)

Blatt 2

Abgabe bis: 13.05.14 18h in Raum G16.03

Aufgabe 1: (4 Pts.)

seie X ein Zufallsvariable mit Dichte f_X und Verteilungsfunktion F_X . Seie g eine monoton steigend funktion. Definiere

$$Y := g(X)$$

Zeigen sie dass

1. $F_Y(y) = F_X(g^{-1}(y))$,
2. $f_Y(y) = \frac{f_X(g^{-1}(y))}{g'(g^{-1}(y))}$.

Wobei F_Y die Verteilungsfunktion und f_Y die Dichte von Y ist.

Aufgabe 2: (4 Pts.)

Sei $X \in \mathcal{L}^2$. Zeigen sie dass

1. $\text{Var}[X - E[X]] = \text{Var}[X]$
2. $\text{Var}[X] = 0 \Rightarrow X = E[X]$

Aufgabe 3: (4 Pts.)

Sei F_Y die Verteilungsfunktion der Zufallsvariable Y . Sei F_Y streng monoton wachsend und stetig. Zeigen Sie, dass $F_Y(Y)$ uniform auf $(0, 1)$ verteilt ist.

Aufgabe 4: (4 Punkte)

a) Finden Sie eine Verteilungsfunktion für die gilt:

1. F ist stetig
2. hat keine Dichte
3. $F\left(\frac{2}{3}\right) - F\left(\frac{1}{3}\right) = 0$

b) Sei X eine Zufallsvariable mit $F_X = F$. Berechnen Sie $E\left[\mathbf{1}_{\left[\frac{1}{4}, \frac{1}{3}\right]}\right]$.

Aufgabe 5: (4 Punkte)

Gegeben sei die Funktion

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < 0,5 \\ \frac{1}{4} & \text{für } 0,5 \leq x < 2 \\ \frac{1}{3} & \text{für } 2 \leq x < 3 \\ 1 & \text{für } x \geq 3 \end{cases}$$

Finden Sie die zu F gehörende Verteilung μ .